

Zwei konkurrierende Analogien in der Elektrodynamik



Holger Hauptmann
Europa-Gymnasium, Wörth am Rhein
holger.hauptmann@gmx.de

1

Physikalische Größen der Elektrodynamik

elektrische Ladung Q

elektrische Ladungsdichte ρ

freie und gebundene el. Ladung

Kapazität C

Polarisation \mathbf{P}

elektrisches Potenzial φ

elektrische Spannung U

elektrische Feldstärke \mathbf{E}

elektrische Verschiebung \mathbf{D}

magnetischer Fluss Φ

Coulombkraft \mathbf{F}

elektrische Stromstärke I

elektrische Stromdichte \mathbf{j}

elektrischer Widerstand R

Induktivität L

Magnetisierung \mathbf{M}

magnetisches Vektorpotenzial \mathbf{A}

magnetisches Skalarpotenzial φ_m

magnetische Feldstärke \mathbf{H}

magnetische Flussdichte \mathbf{B}

magnetische Ladung Q_m

Lorentzkraft \mathbf{F}_L

...

1. Analogie: $E \leftrightarrow B$

elektrische Feldstärke E \leftrightarrow magnetische Flussdichte B

elektrische Ladung Q \leftrightarrow elektrische Stromstärke I

elektrisches Potenzial φ \leftrightarrow magnetisches Vektorpotenzial A

elektr. Feldkonstante ϵ_r \leftrightarrow Kehrwert magn. Feldkonst. $1/\mu_r$

Häufigste Analogie, auch in Schulbüchern verbreitet,
dort B oft als *magnetische Feldstärke* eingeführt.



1. Analogie: Definition von E und B

elektrische Ladung Q \leftrightarrow elektrische Stromstärke I

Quelle elektrisches Feld \leftrightarrow Quelle magnetisches Feld

Definition E \leftrightarrow Definition B

Kraft auf elektrische Ladung
im elektrischen Feld \leftrightarrow Kraft auf elektrischen Strom
im magnetischen Feld

$$E = F / Q$$

$$B = F / (s \cdot I)$$



1. Analogie: Kraftgesetze

elektrische Kraft $F = Q \cdot E$ \leftrightarrow Lorentzkraft $F = I \cdot (s \times B)$

Coulombsches Gesetz \leftrightarrow Biot-Savartsches Gesetz

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{\mu_0 \cdot s}{4\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$$

Ampere-Definition



1. Analogie: Maxwell-Gleichungen, Potenziale

Maxwell-Gleichungen mit E und B :

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_e + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad B: \text{Quellenfrei}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0}$$

elektrisches Potenzial φ und magnetisches Vektorpotenzial A :

φ und A bilden wie ρ und j (Ladungs- und Stromdichte) einen Vierervektor

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi - \dot{\vec{A}}$$

$$\vec{B} = -\text{rot } \vec{A}$$



Magnetostatik mit \vec{B}

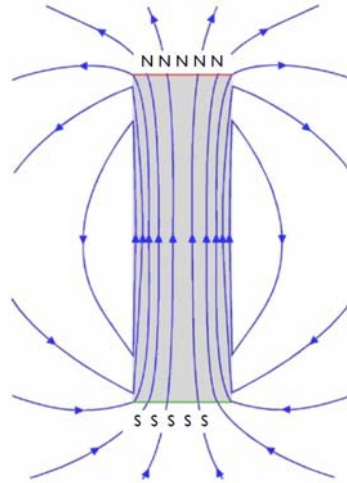
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Folgerung:

- Magnetische \vec{B} -Feldlinien
sind stets geschlossen

Nicht zu folgern:

- Wie verlaufen die Feldlinien?
- Wo sitzen die Magnetpole?
(Was sind Magnetpole?)

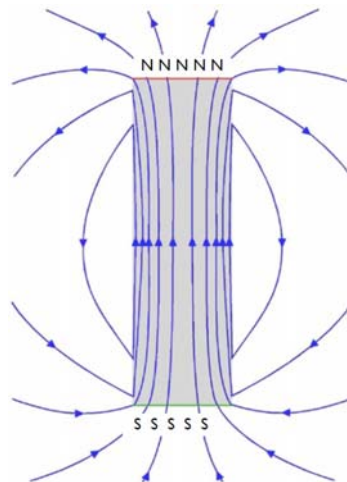


Magnetostatik mit \vec{B}

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

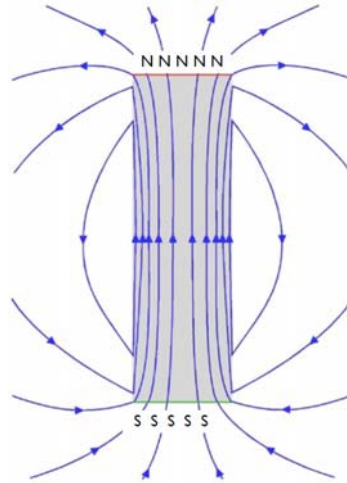
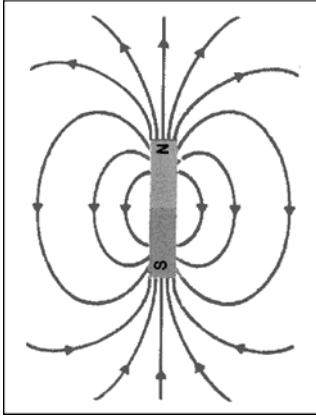
Beobachtungen:

- Feldlinien haben Knicke
- Feldlinien laufen nicht
notwendig durch Pole



Magnetostatik mit B

⇒ Feldlinienbilder oft falsch



2. Analogie: $E \leftrightarrow H$

elektrische Feldstärke E \leftrightarrow magnetische Feldstärke H

elektr. Verschiebung D \leftrightarrow magn. Flussdichte B

elektrische Ladung Q \leftrightarrow magnetische Ladung Q_m

elektrisches Potenzial φ \leftrightarrow magnetisches Potenzial φ_m

elektr. Feldkonstante ϵ_r \leftrightarrow magn. Feldkonstante μ_r

einfache Einheitenübersetzung: $V \leftrightarrow A$

Beispiele:	E :	V/m	\leftrightarrow	H :	A/m
	Q :	C = A·s	\leftrightarrow	Q_m :	Wb = V·s
	D :	C/m ² = A·s/m ²	\leftrightarrow	B :	Wb/m ² = V·s/m ²
	ϵ_0 :	As/Vm	\leftrightarrow	μ_0 :	Vs/Am



2. Analogie: Ladungsdichten

elektr. Ladungsdichte ρ_e \leftrightarrow magn. Ladungsdichte ρ_m

$$\rho_e = \rho_{e, \text{frei}} + \rho_{e, \text{gebunden}}$$

$$\rho_m = 0 + \rho_{m, \text{gebunden}}$$

gebundene Ladung:

Polarisation \mathbf{P}

\leftrightarrow Magnetisierung \mathbf{M}

(magn. Polarisation $\mathbf{J} = \mu_0 \cdot \mathbf{M}$)

Dielektrikum

Weichmagnet



2. Analogie: Ladungsdichten

elektr. Ladungsdichte ρ_e \leftrightarrow magn. Ladungsdichte ρ_m

$$\rho_e = \rho_{e, \text{frei}} + \rho_{e, \text{gebunden}}$$

$$\rho_m = 0 + \rho_{m, \text{gebunden}}$$

gebundene Ladung:

Polarisation \mathbf{P}

\leftrightarrow Magnetisierung \mathbf{M}

(magn. Polarisation $\mathbf{J} = \mu_0 \cdot \mathbf{M}$)

$$\text{div } \mathbf{P} = -\rho_{e, \text{gebunden}}$$

$$\text{div } \mathbf{M} = -\rho_{m, \text{gebunden}} / \mu_0$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \cdot \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

außerhalb von Materie: $\mathbf{B} \sim \mathbf{H}$



2. Analogie: magnetische Ladung?

Äquivalente Aussagen:

- es gibt keine freie magnetische Ladung
- es gibt keine magnetischen Monopole
- die gesamte magnetische Ladung eines Körpers ist Null
- jeder Körper/Magnet trägt gleich viel positive Nordpol- wie negative Südpol-Ladung
- teilt man einen Magneten entstehen neue Pole, so dass jedes Teilstück insgesamt magnetisch neutral bleibt

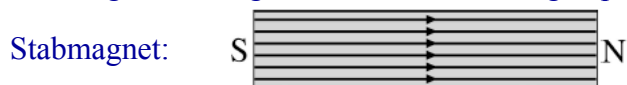


2. Analogie: Magnetisierung

Veranschaulichung: Elementarmagnete

Visualisierung: Magnetisierungslinien (vom Süd- zum Nordpol)

Wo Magnetisierungslinien enden sind Magnetpole



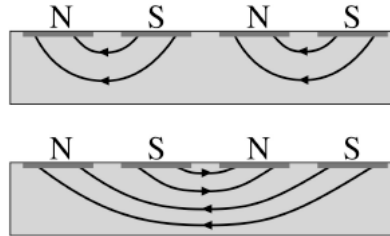
Beim Durchbrechen entstehen neue Pole:



2. Analogie: Magnetisierung

Die Magnetisierung legt die Pole eindeutig fest

Umgekehrt ist die Magnetisierung durch die Polverteilung nicht eindeutig bestimmt:



Im Gegensatz zur Polverteilung ist der Verlauf der Magnetisierung von außen nicht feststellbar

2. Analogie: Kraftgesetze

elektrische Kraft $F = Q \cdot E$ \leftrightarrow magn. Kraft $F = Q_m \cdot H$

\Rightarrow Definition $H = F / Q_m$

1. Coulombsches Gesetz \leftrightarrow 2. Coulombsches Gesetz

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{Q_{m,1} \cdot Q_{m,2}}{r^2}$$

Messung der magnetischen Ladung Q_m

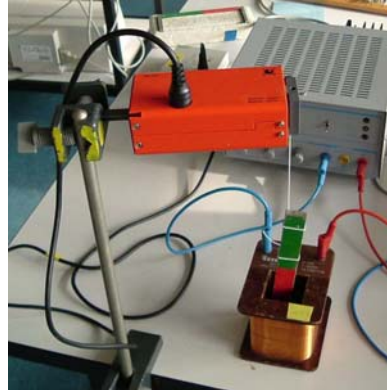
Stabmagnet an Kraftmesser,
ein Pol in einer Spule

Messung zeigt: $F \sim I$

wegen $F = Q_m \cdot H$ und $H = n \cdot I / l \Rightarrow$

$$Q_m = F / H = (F \cdot l) / (n \cdot I)$$

2. Pol liefert gleichen Wert



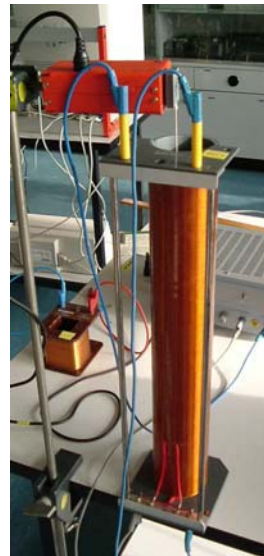
Messung der magnetischen Ladung Q_m

Nachweis, dass $Q_{m,gesamt} = 0$

Stabmagnet in der Mitte einer
langer Spule

Kraft trotz Magnetfeld ≈ 0

$$\Rightarrow Q_{m,gesamt} = 0$$



2. Analogie: Maxwell-Gleichungen

Maxwell-Gleichungen mit E und H :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad \leftrightarrow \quad \operatorname{div} \vec{H} = \frac{\rho_{m,geb}}{\mu_0}$$

Quellendichte

H : nicht Quellenfrei

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \leftrightarrow \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_e + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Wirbelndichte

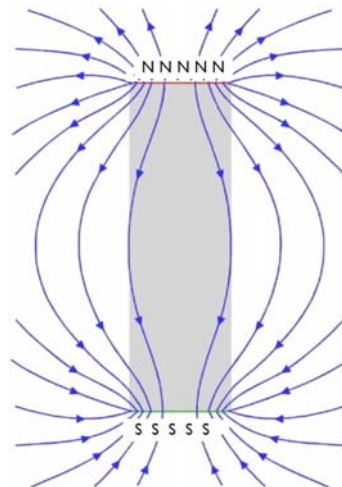


Magnetostatik mit H

$$\operatorname{div} \vec{H} = \frac{\rho_{m,geb}}{\mu_0}$$

Folgerungen:

- Magn. H -Feldlinien beginnen auf positiver und enden auf negativer magnetischer Ladung.
- Sie laufen vom Nord- zum Südpol.
- Die Pole sind da, wo die H -Feldlinien beginnen und enden.

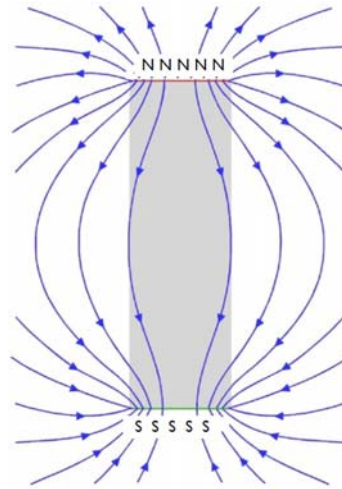


Magnetostatik mit H

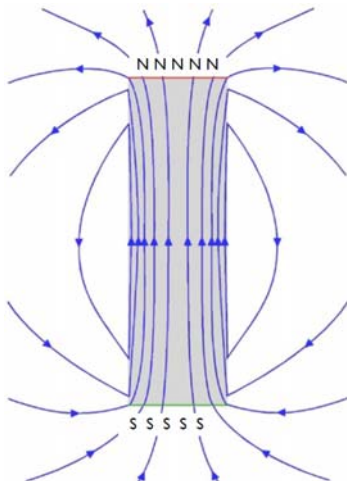
$$\operatorname{div} \vec{H} = \frac{\rho_{m, \text{geb}}}{\mu_0}$$

⇒ Für das Zeichnen von H -Feldlinien gelten die gleichen Regeln wie für das Zeichnen elektrischer Feldlinien.

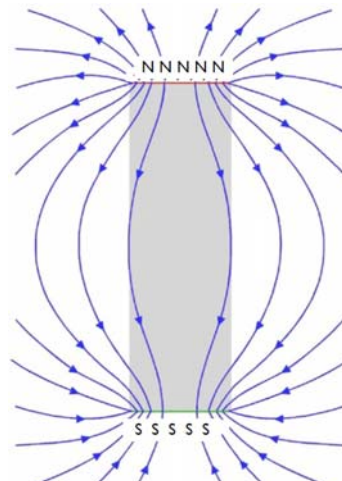
⇒ Die Magnetostatik ist genauso einfach wie die Elektrostatik!



Magnetostatik mit H



B



H



Magnetpole

Magnetpole ohne H und Q_m – Zitate:

„Die Orte, wo sich die [Stahl-]Späne konzentrieren, heißen die Pole des Magneten.“

„... Das nach Norden zeigende Ende wird Nordpol des Magneten genannt. Durch Definition wurde festgelegt, dass am Nordpol eines Magneten die Feldlinien aus dem Magneten aus- und an seinem Südpol in ihn eintreten. Deshalb bezeichnet man allgemein bei Elektromagneten oder Permanentmagneten Gebiete, aus denen die Feldlinien austreten, als *Nordpol* und Gebiete, in die sie eintreten, als *Südpol*.



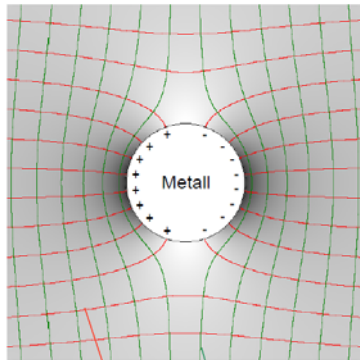
elektrische und magnetische Influenz

Entstehung von Oberflächenladungen durch

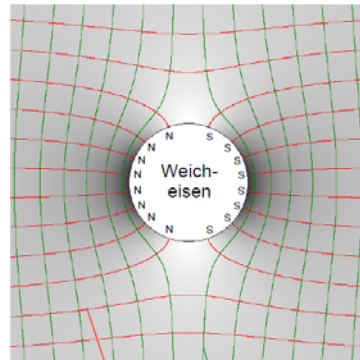
- Verschiebung freier elektrischer Ladungen (el. Leiter)
- Ausrichten elektrischer Dipole (Dielektrika: Polarisierung)
- Ausrichten magn. Dipole (Weichmagnete: Magnetisierung)



elektrische und magnetische Influenz



\vec{E} $\varphi_e = \text{const}$



\vec{H} $\varphi_m = \text{const}$



Elektro- und magneto-statische Felder

- Quellen des Feldes: elektrische bzw. magnetische Ladungen
- Wirbelfrei
- Feldlinien (\vec{E} bzw. \vec{H}) beginnen und enden auf Ladungen
- Es gibt ein Potenzial, d. h. überall sind eindeutige Potenzialwerte φ bzw. φ_m angebbbar
- Zu Feldlinien senkrechte Flächen sind Äquipotenzialflächen (φ bzw. φ_m sind konstant)
- Flächen sind in sich geschlossen (kein Anfang oder Ende)

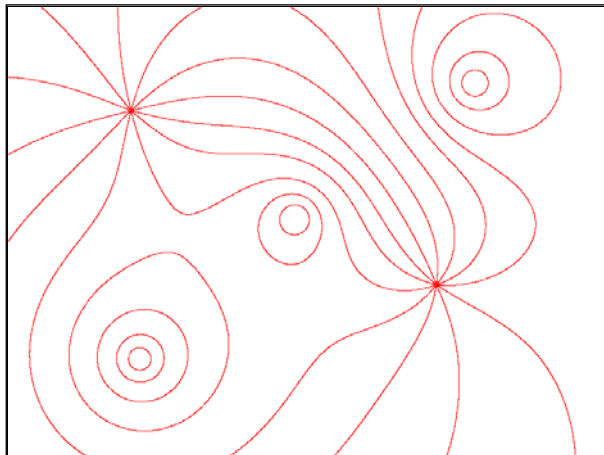


Nicht-statische Felder

- Nicht Wirbelfrei
- Es gibt kein eindeutiges Potenzial
- Zu Feldlinien senkrechte Flächen sind keine Äquipotenzialflächen
- Flächen beginnen und enden auf Wirbeln



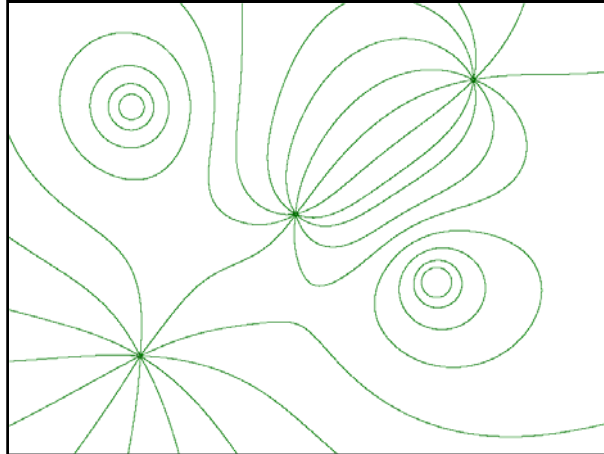
Nicht-statische Felder: Feldlinienbild



Die Quellen sitzen wo die Linien anfangen und enden.
Die Position der Wirbel ist nicht eindeutig erkennbar.



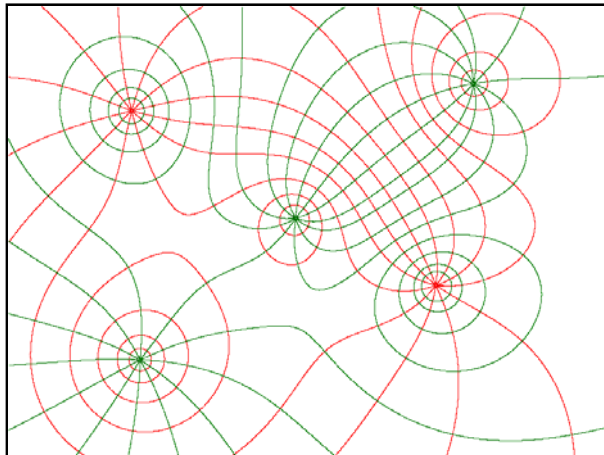
Nicht-statische Felder: Feldflächenbild



Die Wirbel sitzen wo die Flächen anfangen und enden.



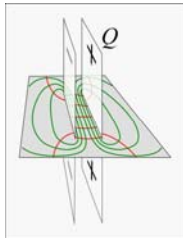
Nicht-statische Felder: Linien und Flächen



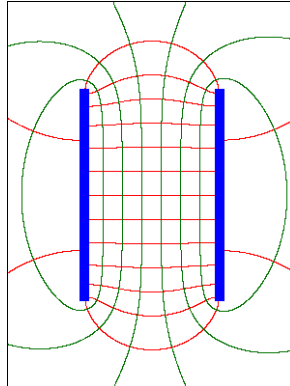
Man erkennt zwei Quellen und drei Wirbel.



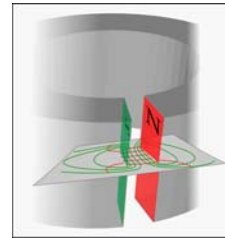
1 Bild – 4 Interpretationen



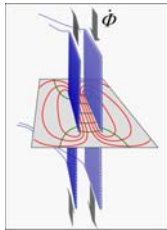
Elektr. I: geladene Platten



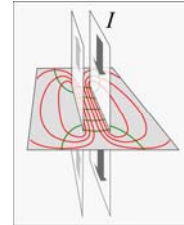
1 2 3 4



Magn. I: Magnetpole



Elektr. II: flache Spulen



Magn. II: flächige Ströme



Fazit

- Die Analogie $E \leftrightarrow H$ ist für die Schule anschaulicher als $E \leftrightarrow B$
- Die Einführung von H (und Q_m) zusätzlich zu B lohnt sich
- Die Magnetostatik wird mit H und Q_m genauso einfach wie die Elektrostatik
- Q_m ist eine wohldefinierte, leicht zu messende Größe
- An magnetischen Polen sitzt (gebundene) magnetische Ladung Q_m
- In Weichmagneten werden durch das magnetische Feld magnetische Ladungen auf der Oberfläche influenziert
- Dass keine magnetischen Monopole existieren, lässt sich mit Q_m leicht beschreiben: $Q_{m, \text{gesamt}}$ jedes Körpers ist Null

