

Aufgaben zum Wasserstoffatom

Hans M. Strauch
Kurfürst-Ruprecht-Gymnasium
Neustadt/W.

Aufgabenarten

- Darstellung von Zusammenhängen, Abgrenzung von Unterschieden (können u.U. recht offen sein)
- Beantwortung von konkreten Fragen
- Materialgestützte Aufgaben (Diagramme, Filme, etc.)

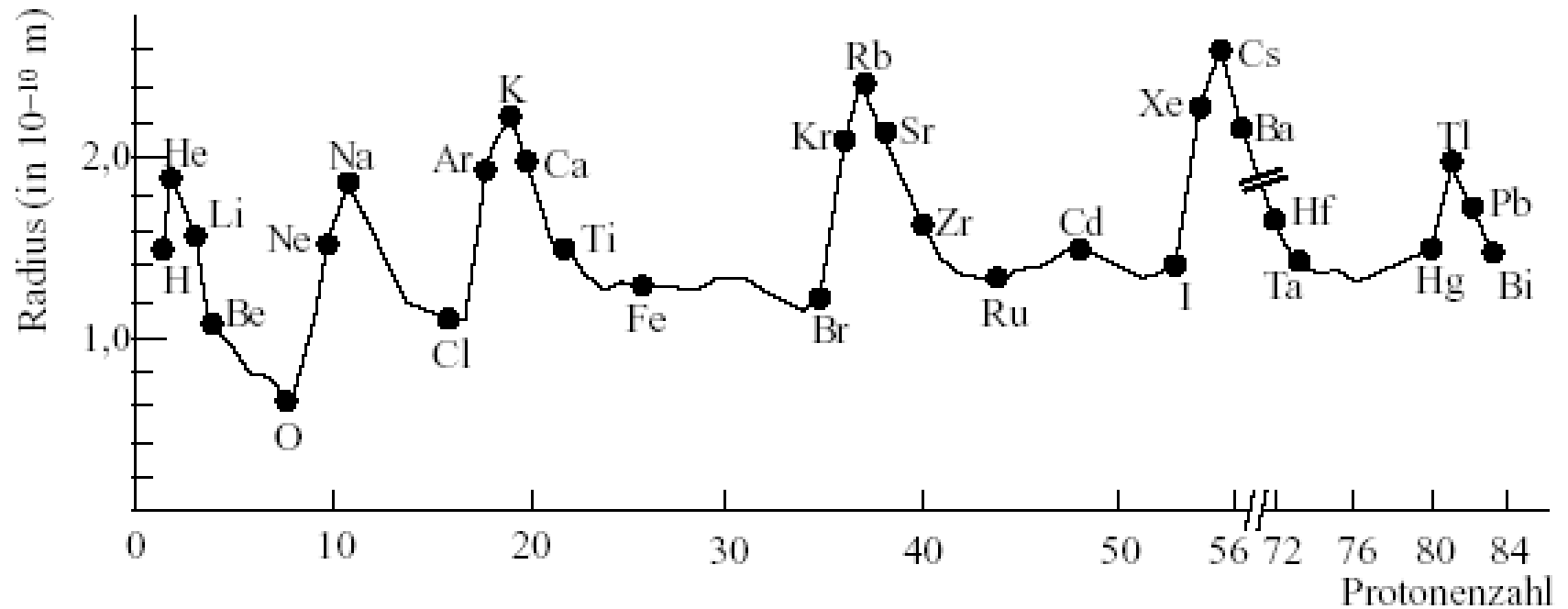
Darstellung von Sachverhalten

- 1) Stellen Sie das Elektroniummodell des Wasserstoffatoms dar. Lösung
- 2) Erläutern Sie, wie man mit dem Elektroniummodell die experimentellen Befunde der Linienspektren erklären kann (verwenden Sie dabei das Termschema des Wasserstoffatoms). Lösung
- 3) Stellen Sie die Eigenzustände und die Überlagerungszustände des Wasserstoffatoms gegenüber. Lösung
- 4) Stellen Sie dar, wie das Elektroniummodell die Energieabgabe des Wasserstoffatoms erklärt. Lösung
- 5) Was kann man über Magnetfeld und Drehimpuls aussagen? Lösung
- 6) Unter welchen Bedingungen liegen „verbotene“ Übergänge vor? Lösung

Beantwortung von konkreten Fragen

- 7) Warum strahlt ein Atom in bestimmten Zuständen nicht (d.h. ist es stabil)?
Lösung
- 8) Warum und wie strahlt es in anderen Zuständen?
Lösung
- 9) Wann ist die Strahlung stark und wann schwach?
- 10) Wann ist die Strahlung linear polarisiert und wann zirkular?
Lösung
- 11) Warum sind die Übergänge von $(n_2, 0, 0)$ nach $(n_1, 0, 0)$ „verboten“?
Lösung
- 12) Warum sind die Übergänge $\Delta l = 0$ und $l \neq 0$ „verboten“?

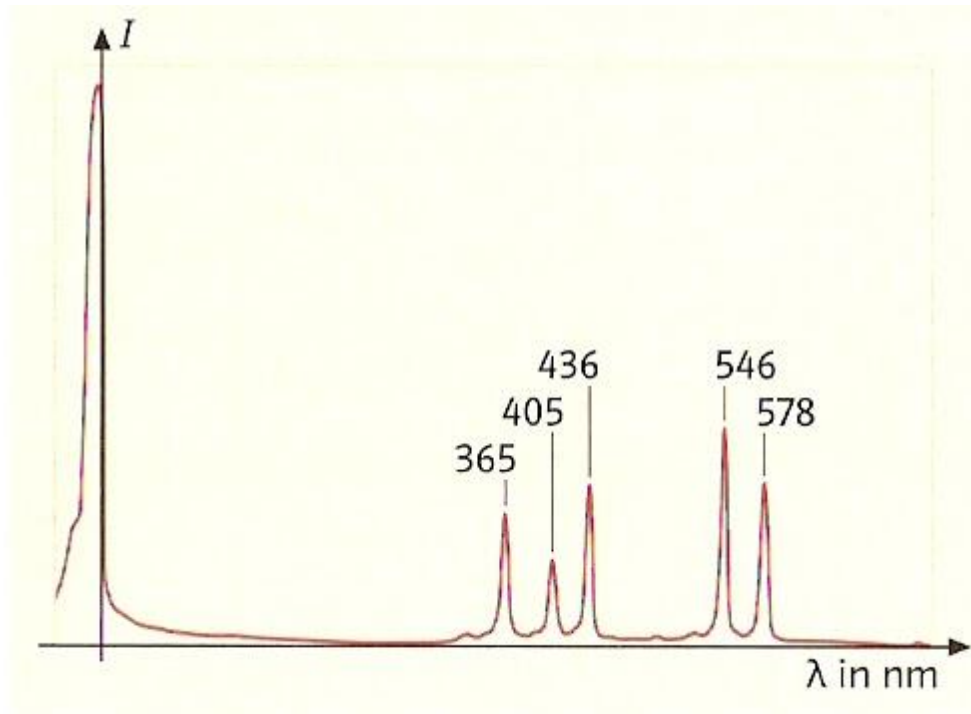
Materialgestützte Aufgaben



Erklären Sie den im Diagramm dargestellten Verlauf der Größe von Atomen mit wachsender Protonenzahl

Lösung

Materialgestützte Aufgaben



Die Zeit für einen Übergang kann durch die Zeitdauer des angeregten Zustandes abgeschätzt werden: Ca. $\Delta t = 10^{-8}$ s. Leiten Sie daraus eine Abschätzung für die Anzahl der Schwingungen her.

Wie äußert sich im Experiment die Wahrscheinlichkeit eines Überganges?

Lösung

Materialgestützte Aufgaben

Übergänge	Δl	Δm	lin. polar.	zir. polar.	Dipol- strahlung	Quadr.- strahlung	erlaubt	verboten
2,0,0 \rightarrow 1,0,0								
2,1,0 \rightarrow 1,0,0								
2,1,1 \rightarrow 1,0,0								
2,1,-1 \rightarrow 1,0,0								
3,1,1 \rightarrow 2,1,0								
4,3,0 \rightarrow 2,1,0								
4,3,0 \rightarrow 3,2,-1								
12,5,1 \rightarrow 10,6,1								

Füllen Sie die Tabelle mit Hilfe der bereitgestellten Videos aus.

Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen den Änderungen der Quantenzahlen und Dipolstrahlung oder Quadrupolstrahlung, linear polarisiertem Licht oder zirkularpolarisiertem Licht her.

Filme

2,0,0 → 1,0,0 (2D)

2,1,0 → 1,0,0 (2D)

2,1,0 → 1,0,0 (3D)

2,1,1 → 1,0,0 (2D)

2,1,1 → 1,0,0 (3D)

2,1,-1 → 1,0,0 (2D)

2,1,-1 → 1,0,0 (3D)

3,1,1 → 2,1,0 (3D)

4,3,0 → 2,1,0 (3D)

4,3,0 → 3,2,-1 (3D)

12,5,1 → 10,6,1 (2D)

Weitere Filme

Lösung

Vielen Dank für Ihr Interesse

Lösungen

- 1) Die Hülle der Atoms ist von einem kontinuierlich verteilten Stoff „Elektronium“ erfüllt, dessen Dichte nach außen hin abnimmt wie z.B. die Atmosphäre der Erde.

Wenn man „hineingreift“ / Elektronenlokalisationen durchführt, so erhält man immer nur ganzzahlige Vielfache der Elementarladung. Aus den Lösungen Ψ_i der Schrödingergleichung, die jeweils einen möglichen Zustand des Atoms beschreiben, kann man die Dichte ρ und die Stromdichte j berechnen. Durch Multiplikation mit der Elementarladung und der Elektronen Masse ergeben sich daraus die Ladungsdichte $\rho_e = -e \cdot \rho$ und die Massendichte $\rho_m = m \cdot \rho$ sowie die el. Stromdichte $j_e = -e \cdot j$ und die Massenstromdichte $j_m = m \cdot j$.

Befindet sich das Elektronium im energetisch niedrigsten Zustand dem Grundzustand dann hat es in diesem Zustand eine kugelsymmetrische Form. Durch Zufuhr der passenden Energiemenge geht es in einen angeregten Zustand über und verändert dabei seine Form.



Lösungen

2) Wird ein Atom durch Energiezufuhr in einen angeregten Zustand gebracht, kehrt es nach einer kurzen Zeitspanne in einen energetisch niedrigeren Zustand (oder den Grundzustand) wieder zurück und gibt dabei die Energiedifferenz der Zustände als Photon ab (Während der Energieabgabe befindet es sich in einem Überlagerungszustand zwischen dem Anfangs- und dem Endzustand).

Die Linienspektren bestehen aus diskreten Linien mit bestimmten Frequenzen. Diese entsprechen festen Energiewerten, die sich gerade aus der Differenz der Energien des Anfangs- und Endzustandes ergeben. Aber nicht alle laut Termschema mathematisch möglichen Übergänge bzw. Frequenzen werden experimentell beobachtet. Man hat sie „verbotene“ Übergänge genannt, als man noch nicht erklären konnte, warum sie nicht auftreten können bzw. zu geringer Intensität haben um beobachtet zu werden.



Lösungen

- 3) Die Rechnungen mit der Ψ -Funktion zeigen, dass es stationäre (zeitunabhängige) Zustände gibt, der Grundzustand und die angeregten Zustände, die sich in ihrer Energie und Form unterscheiden. E nimmt mit n zu. Bei Zufuhr von Energie geht das Elektronium in einen höheren Zustand und eine andere Form über (siehe Abb. 1 und 2). Da die el. Stromdichte entweder 0 oder zeitlich konstant ist, strahlt das Atom in diesen Zuständen nicht. Im Gegensatz zu den stationären Zuständen sind die Übergangszustände (Überlagerung von Anfangs- und Endzustand) zeitlich veränderlich. Sie beschreiben die Vorgänge beim Übergang des Atoms von einem angeregten Zustand in einen anderen Zustand.



Lösungen

- 4) Die Überlagerungszustände beschreiben die Vorgänge beim Übergang des Atoms von einem angeregten Zustand in einen anderen, energetisch tieferen Zustand. Das Elektronium vollführt dabei unterschiedliche Bewegungen, die entweder an die Schwingungen der Ladung bei einer Antenne (Hertzscher Dipol) erinnern (starke Abstrahlung mit Dipolcharakter Abb. 4) oder an zwei im Gegenteil schwingende Dipole (schwache Abstrahlung mit Quadrupolcharakter Abb. 5) oder kugelsymmetrisch oszillierende Ladung, die nicht abstrahlt.

Die Schwingungsfrequenz ist gleich der Frequenz des emittierten Lichts.



Lösungen

- 5) Die Stromdichte j erklärt auch die Existenz von Magnetfeldern und Drehimpuls in bestimmten Zuständen. Wenn sie von 0 verschieden ist, ist auch die elektrische Stromdichte $j_e \neq 0$ und das Atom besitzt ein Magnetfeld. Außerdem ist dann auch die Massenstromdichte j_m von 0 verschieden und das Atom besitzt Drehimpuls (Abb. 3).



Lösungen

6) Beim Übergang des Atoms von einem angeregten Zustand in einen anderen, energetisch tieferen Zustand kann das Elektronium unterschiedliche Bewegungen ausführen:

- kugelsymmetrisch oszillierende Ladung, deren elektrisches Feld (außerhalb des Atoms) konstant bleibt und daher nicht abstrahlt.
- zwei im Gegenteil schwingende Dipole. Sie haben Quadrupolcharakter (Abb. 5), was eine sehr schwache Abstrahlung ergibt.

In beiden Fällen spricht man von „verbotenen“ Übergängen, da sie nicht zu beobachten sind.



Lösungen

- 7) Die Eigenzustände (Grundzustand und angeregte Zustände vergl. Abb. 1 und 2) sind stationäre, d.h. zeitlich konstante Zustände, in denen das Elektronium keine ($m = 0$) oder nur stationäre Strömungen hat. Da die elektrische Stromstärke konstant ist, ist das Magnetfeld konstant. Die zeitliche Änderung von B ist damit 0 und damit auch die zeitliche Änderung von E . Daher strahlt das Atom in diesem Zustand keine elektromagnetischen Wellen ab.



Lösungen

8 und 9) Die Überlagerungszustände beschreiben die Vorgänge beim Übergang des Atoms von einem angeregten Zustand in einen anderen, energetisch tieferen Zustand. Das Elektronium vollführt dabei unterschiedliche Bewegungen, die entweder an die Schwingungen der Ladung bei einer Antenne (Hertscher Dipol) erinnern (starke Abstrahlung mit Dipolcharakter Abb. 4) oder an zwei im Gegenteil schwingende Dipole (schwache Abstrahlung mit Quadrupolcharakter Abb. 5) oder kugelsymmetrisch oszillierende Ladung, die gar nicht abstrahlt, da das elektrische Feld (außerhalb des Atoms) konstant bleibt. Die Schwingungsfrequenz ist gleich der Frequenz des emittierten Lichts.



Lösungen

- 10) Ist die Schwingung des Elektroniums beim Übergang vom Anfangs- in den Endzustand eine geradlinige Schwingung wie bei einer Antenne, so ist das abgestrahlte Licht linear polarisiert.
Verläuft die Bewegung des Elektroniums so, dass sich der Schwerpunkt im Kreis dreht, wird zirkular polarisiertes Licht abgestrahlt.



Lösungen

- 11) Bei diesen Übergängen wäre sowohl im Anfangs- wie auch im Endzustand $l=0$.
Dann wären aber beide Zustände und damit auch der Überlagerungszustand kugelsymmetrisch. Deshalb würde im Überlagerungszustand eine Schwingung ablaufen, bei der das Elektronium sich ausdehnt und wieder zusammenzieht dabei aber nicht abstrahlen könnte, weil das elektrische Feld außerhalb des Atom konst bleibt.
- 12) Übergänge mit $\Delta l = 0$ würden bedeuten, dass Anfangs- und Endzustand gleiches l mit $l \neq 0$ haben. Dann liegt eine Quadrupolstrahlung vor, die fast keine Energie abstrahlt. Die betreffenden Übergänge sind also nicht bzw. fast nicht zu beobachten und wurden daher „verboten“ genannt.



Lösungen

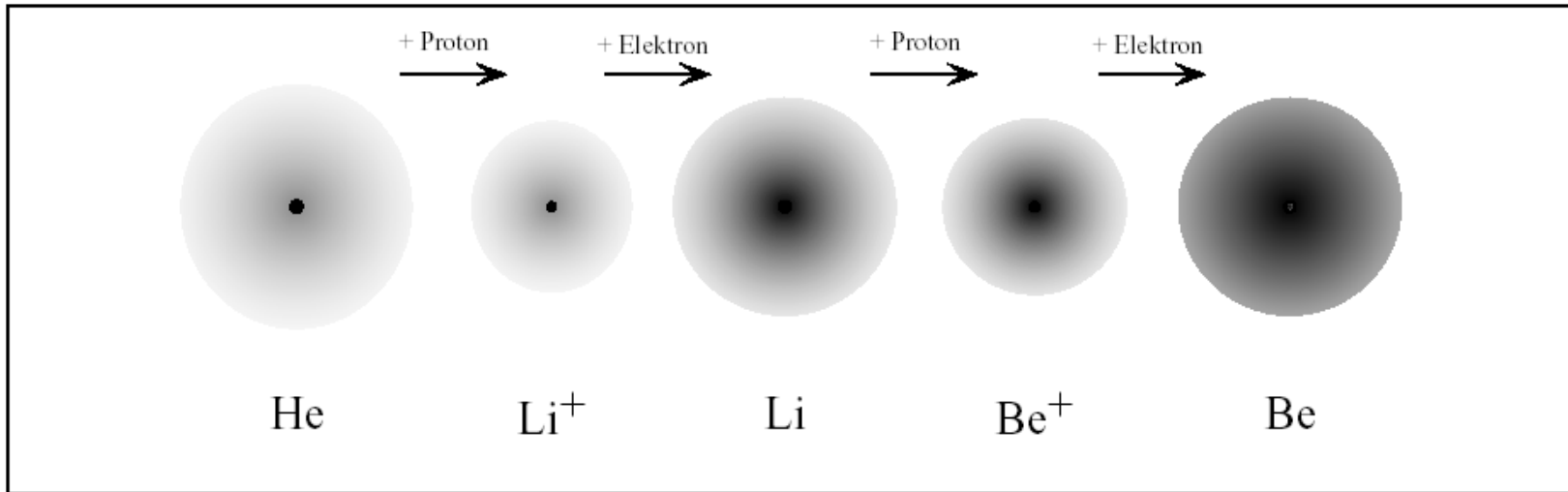


Abb. 30.3. Wir bauen schwere Atome auf, indem wir abwechselnd ein Proton und ein Elektron hinzufügen. (Es werden auch Neutronen hinzugefügt. Diese haben aber keinen Einfluß auf die Größe der Atome bzw. Ionen.)

Proton hinzufügen bedeutet stärkere Anziehung auf das Elektronium, also rückt das Elektronium näher an den Kern. Die Dichte des Elektroniums ist größer geworden.

Eine Portion Elektronium hinzufügen bedeutet, dass mehr Elektronium in der Hülle ist und deshalb mehr Platz beansprucht. Die Hülle wird aufgebläht.

Die beiden Prozesse heben sich ungefähr auf. In den steigenden Anteilen des Diagramms überwiegt das „Aufblähen“, in den fallenden Anteilen überwiegt das „Zusammenziehen“ aufgrund der stärkeren Anziehung.

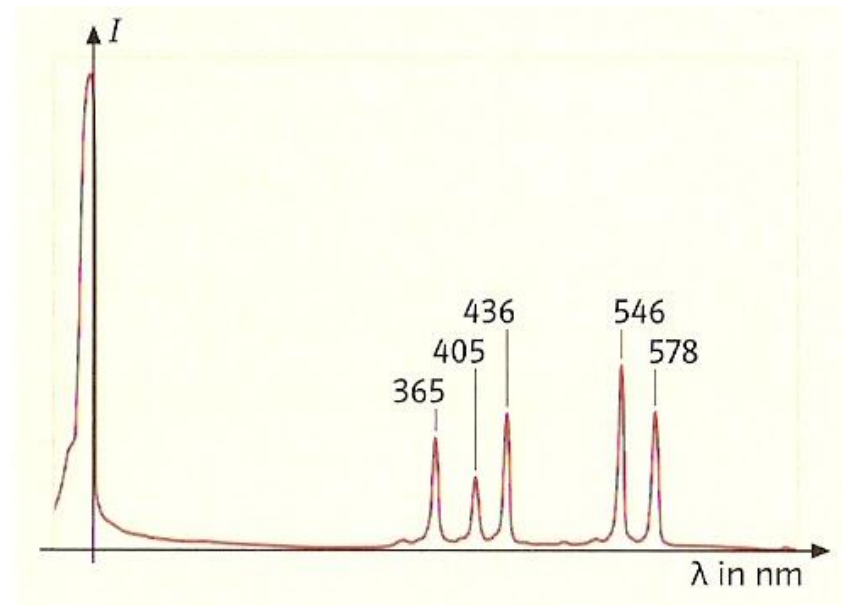


Lösungen

- Die Zeit für einen Übergang kann durch die Zeitdauer des angeregten Zustandes abgeschätzt werden: Ca. $\Delta t = 10^{-8}$ s. Da die Frequenzen typischer Weise einige 10^{14} Hz beträgt (vergl. Balmerreihe), ergibt sich eine Schwingungsdauer von $T = 10^{-15}$ s. Für die Anzahl der Schwingungen n gilt:

$$n \cdot T = \Delta t \Leftrightarrow n = \Delta t / T = 10^{-8} \text{ s} / 10^{-15} \text{ s} = 10^7.$$

- Sind von einem Ausgangszustand mehrere Endzustände erreichbar, so finden die verschiedenen Übergänge mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten statt.
- Je wahrscheinlicher ein Übergang ist, desto mehr Photonen mit der zugehörigen Wellenlänge werden abgestrahlt und damit gemessen. D.h. die Intensität der betreffenden Linien ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit des Überganges.



Lösungen

Übergänge	Δl	Δm	lin. polar.	zir. polar.	Dipolstrahlung	Quadr. strahlung	erlaubt	verboten
2,0,0 \rightarrow 1,0,0	0	0						X
2,1,0 \rightarrow 1,0,0	1	0	X		X		X	
2,1,1 \rightarrow 1,0,0	1	1		X	X		X	
2,1,-1 \rightarrow 1,0,0	1	-1		X	X		X	
3,1,1 \rightarrow 2,1,0	0	1		X		X		X
4,3,0 \rightarrow 2,1,0	2	0	X			X		X
4,3,0 \rightarrow 3,2,-1	1	1		X	X		X	
12,5,1 \rightarrow 10,6,1	-1	0	X		X		X	

Dipolstrahlung bei $\Delta l = \pm 1$; **Quadrupolstrahlung** bei $\Delta l = 0$ oder $(\pm)2$

Linear polarisiertes Licht bei $\Delta m = 0$; **zirkular** polarisiertes Licht bei $\Delta m = \pm 1$

(Erklärung: Wenn sich m beim Übergang nicht ändert, d.h. $\Delta m = 0$ ist, ändert sich der Drehimpuls des Elektroniums nicht und das abgestrahlte Licht ist linear polarisiert. Ist dagegen $\Delta m = \pm 1$, so ändert sich der Drehimpuls des Elektroniums und es wird zirkular polarisiertes Licht abgestrahlt.)



Arbeitsblatt 1

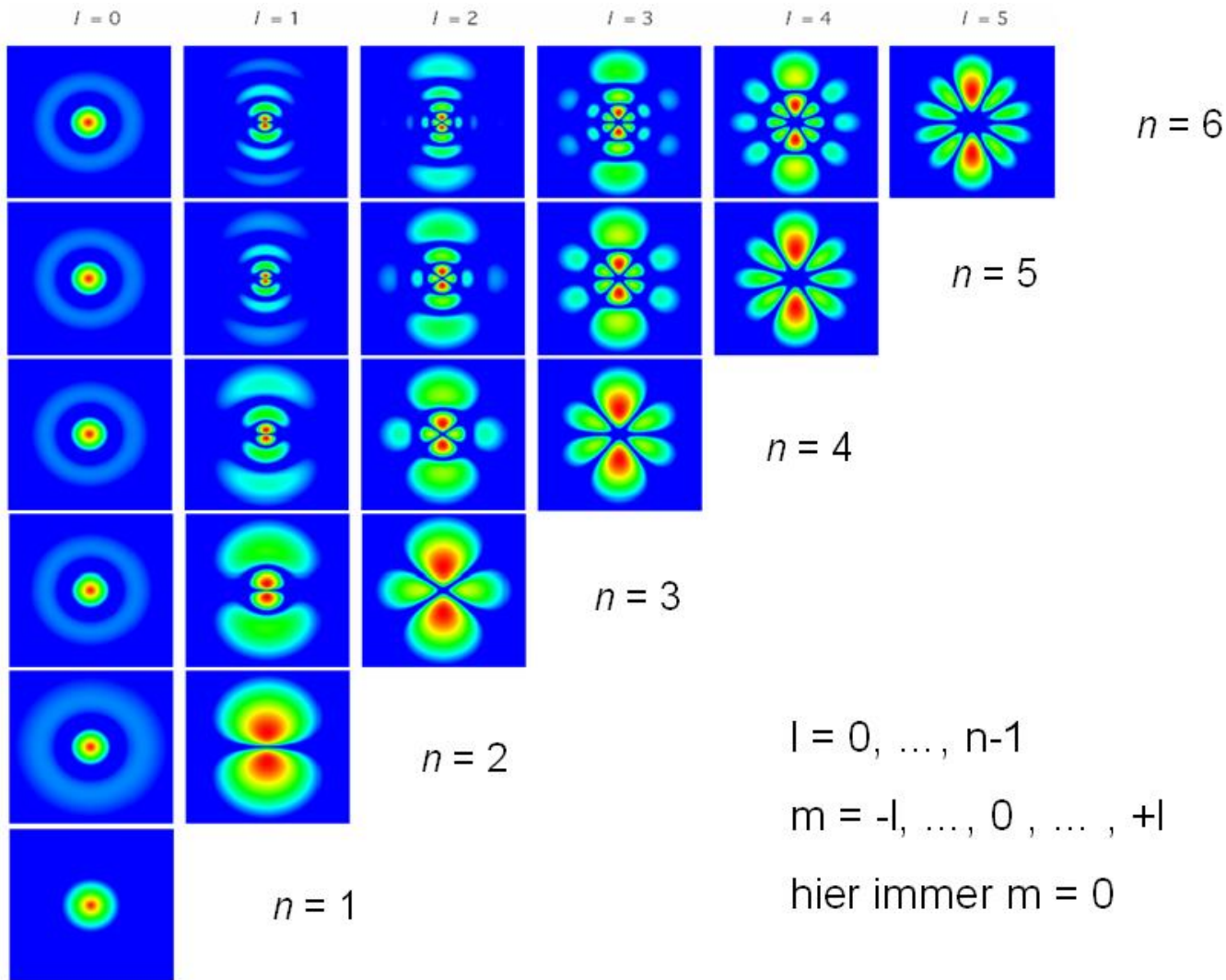


Abb. 1

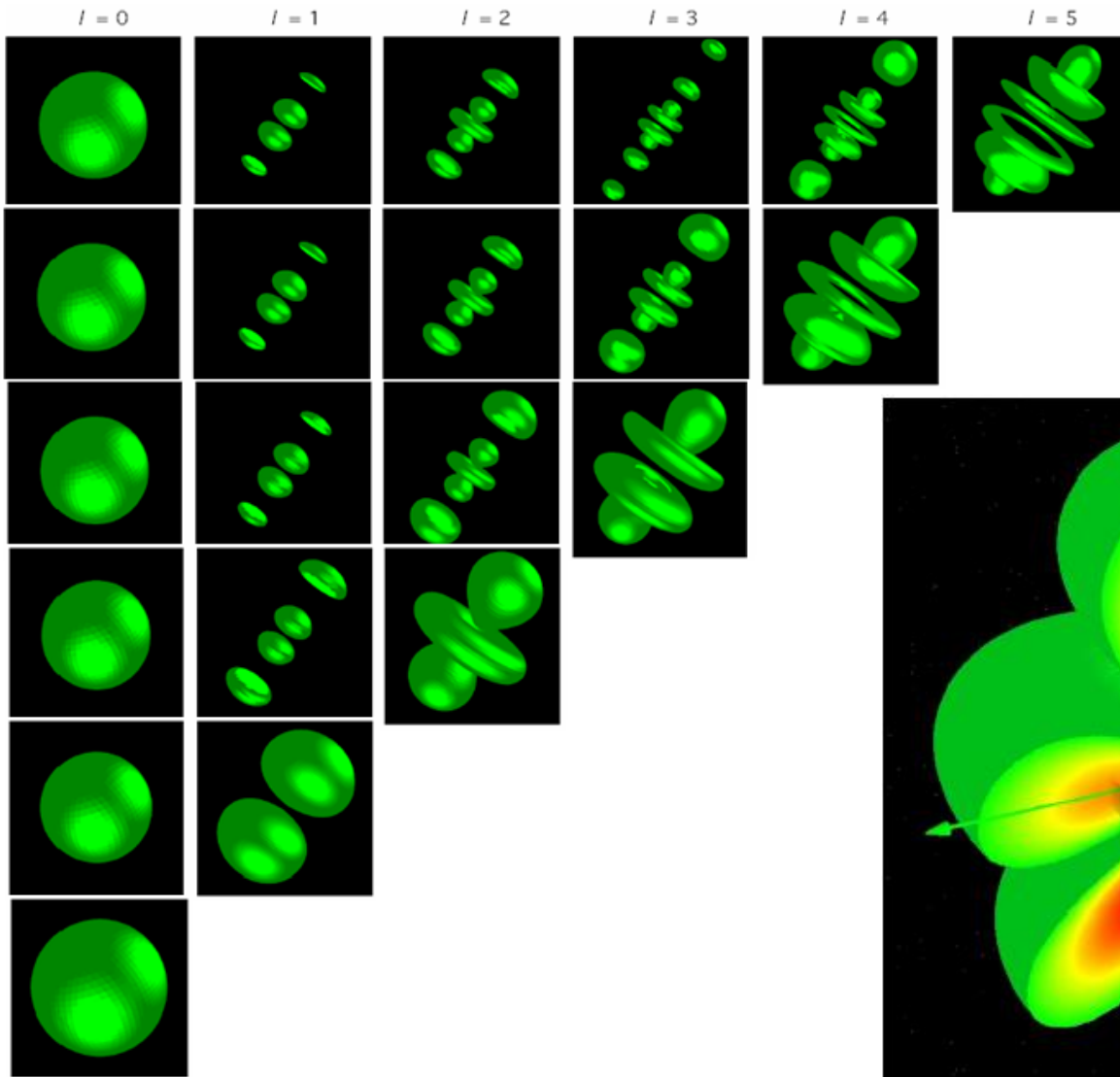


Abb. 2

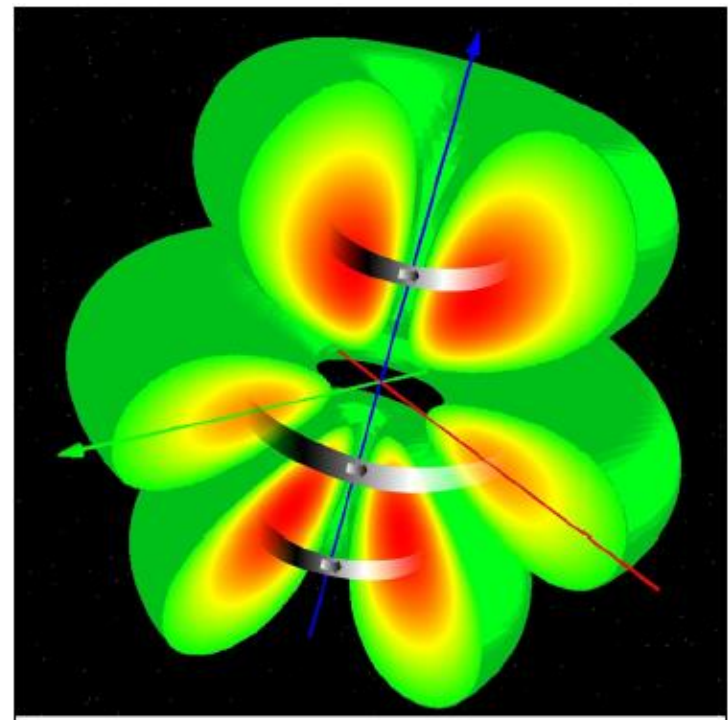


Abb. 3

Arbeitsblatt 2

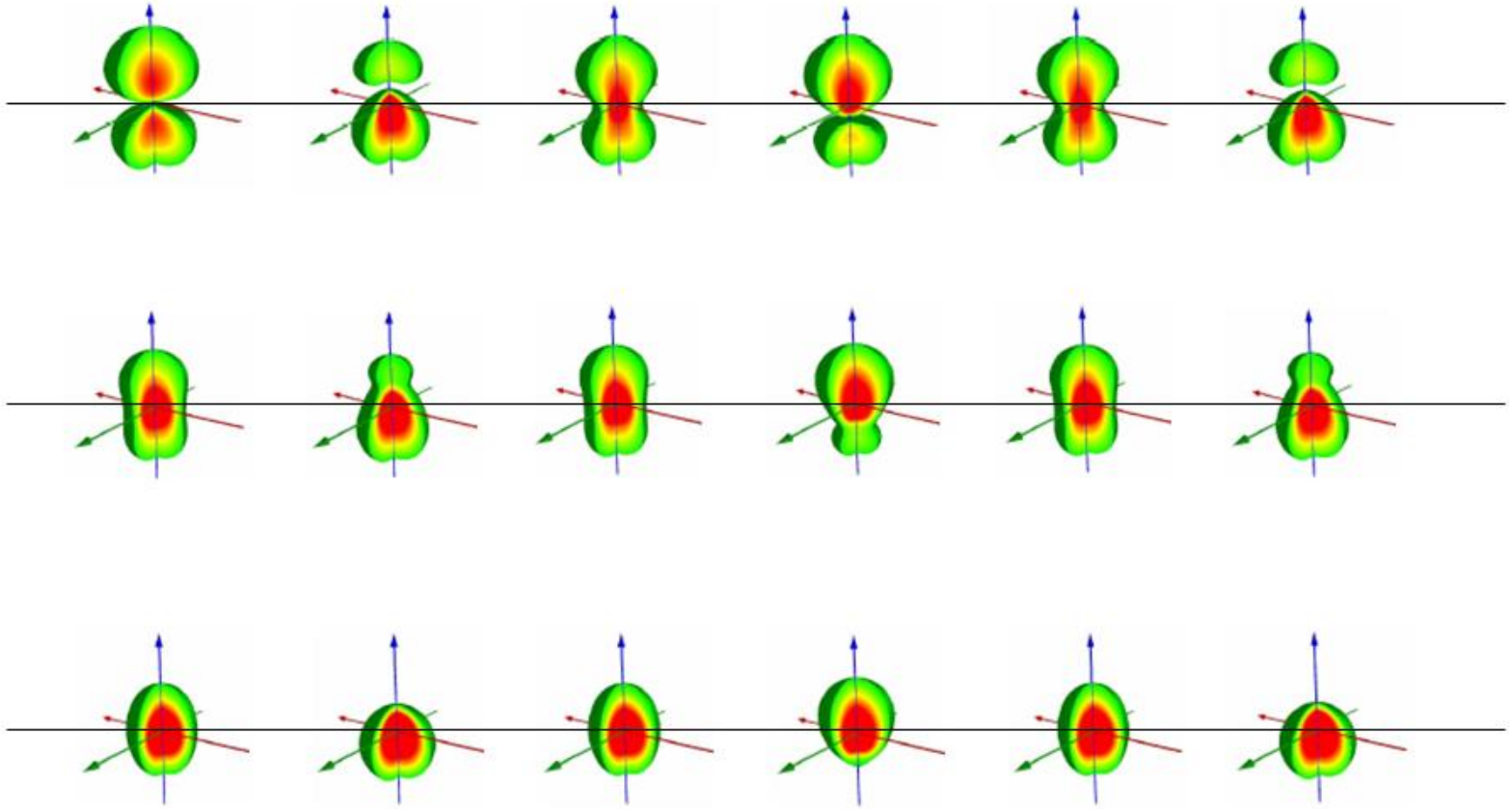


Abb. 4

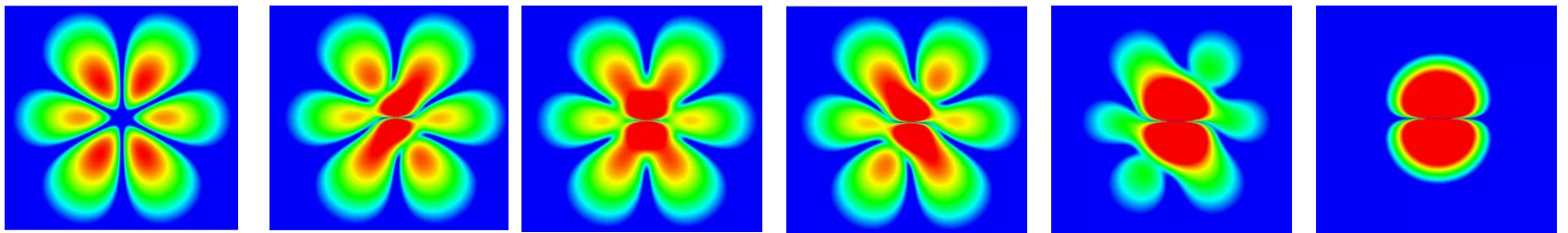
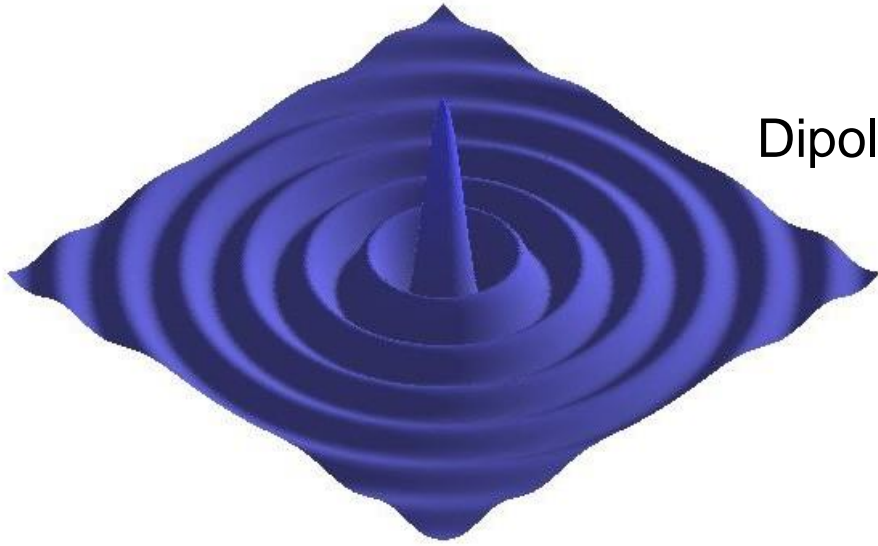
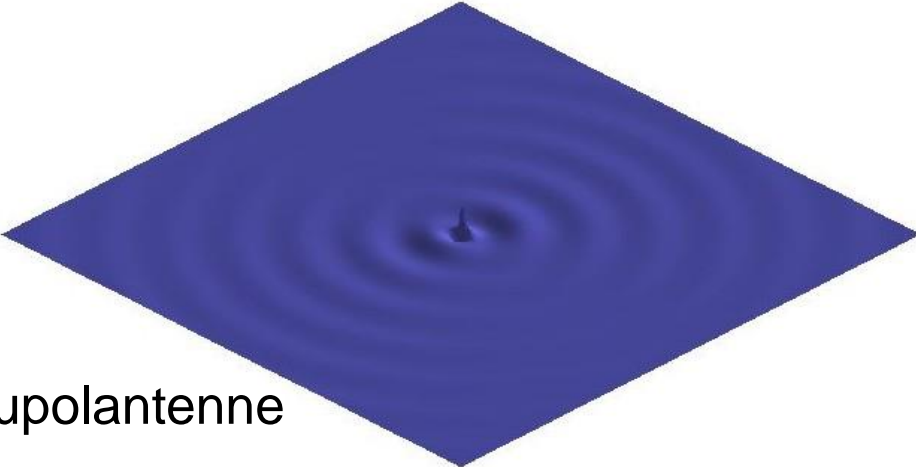


Abb. 5



Dipolantenne



Quadrupolantenne



Weitere Filme

4,3,1 → 2,1,0 (2D)

4,3,1 → 3,2,0 (3D)

6,4,1 → 4,3,2 (3D)

6,4,2 → 5,3,2 (3D)

