

Raumzeit, Viererabstand, Geodäten

F. Herrmann und M. Pohlig



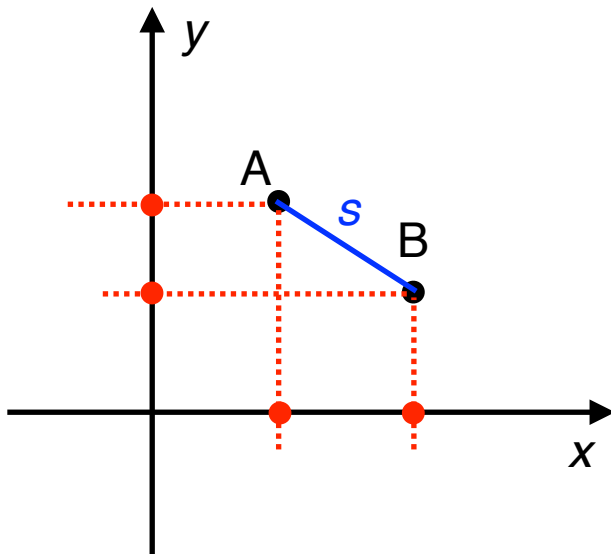
www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum
2. Die flache Raumzeit
3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum
4. Die gekrümmte Raumzeit

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum

Orte $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$

x_A, y_A, x_B, y_B abhängig von Orientierung der Achsen.



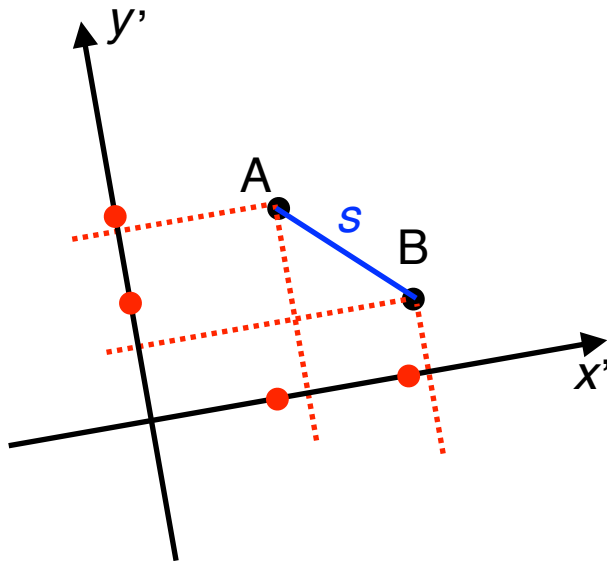
$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$
$$= (x_A' - x_B')^2 + (y_A' - y_B')^2$$

unabhängig von Orientierung der Achsen.

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum

Orte $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$

x_A, y_A, x_B, y_B abhängig von Orientierung der Achsen.



$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$
$$= (x_A' - x_B')^2 + (y_A' - y_B')^2$$

unabhängig von Orientierung der Achsen.

s = „Abstand“ zwischen A und B

gerade Verbindung: kürzester Weg von A nach B

Linie mit Krümmung null

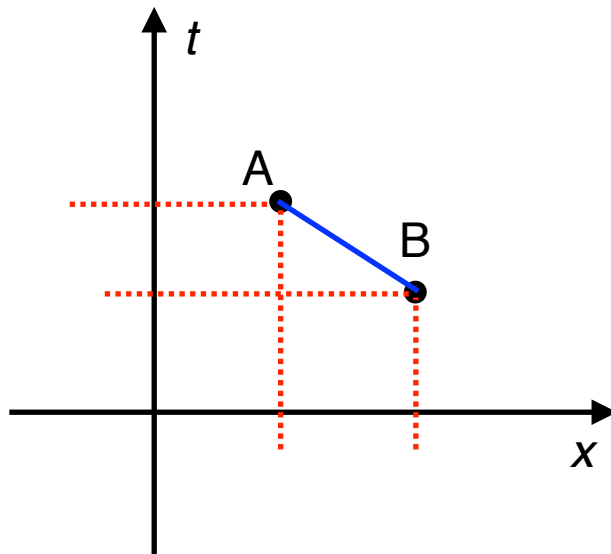
Lenkrad gerade stellen und blockieren.

Entfernung zeigt der Kilometerzähler an.

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum
2. Die flache Raumzeit
3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum
4. Die gekrümmte Raumzeit

Raumzeitpunkte $A(x_A, t_A)$ $B(x_B, t_B)$

x_A, t_A, x_B, t_B abhängig vom „Bezugssystem“



$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

$$= c^2(t_A' - t_B')^2 - (x_A' - x_B')^2$$

unabhängig vom Bezugssystem

s = Intervall, Viererabstand

gerade Verbindung: längste Zeit zwischen A und B

frei schweben

Zeit mit mitgeführter Uhr messen (Eigenzeit)

$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2$$

Uhr von A nach B bewegt $\Rightarrow dr = 0$

$$ds^2 = c^2 dt^2 = c^2 d\tau^2$$

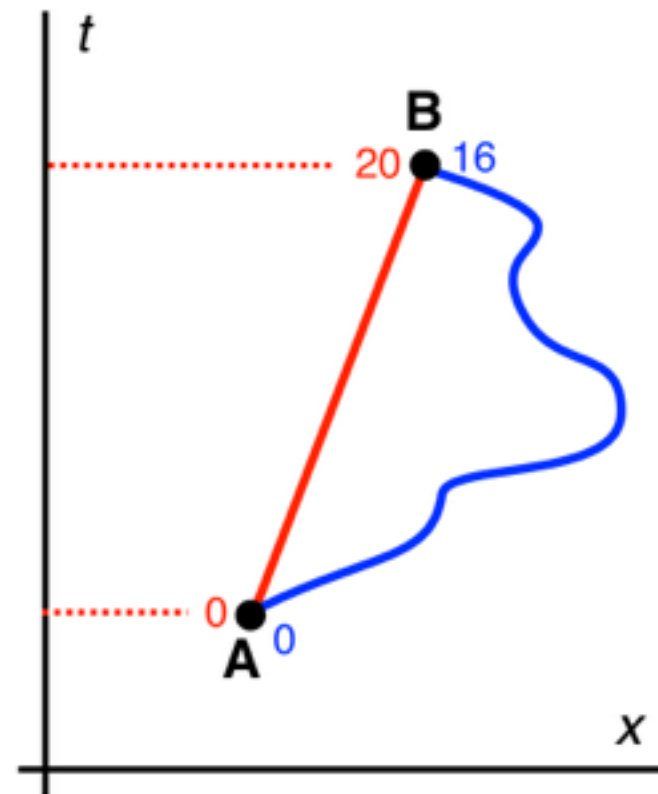
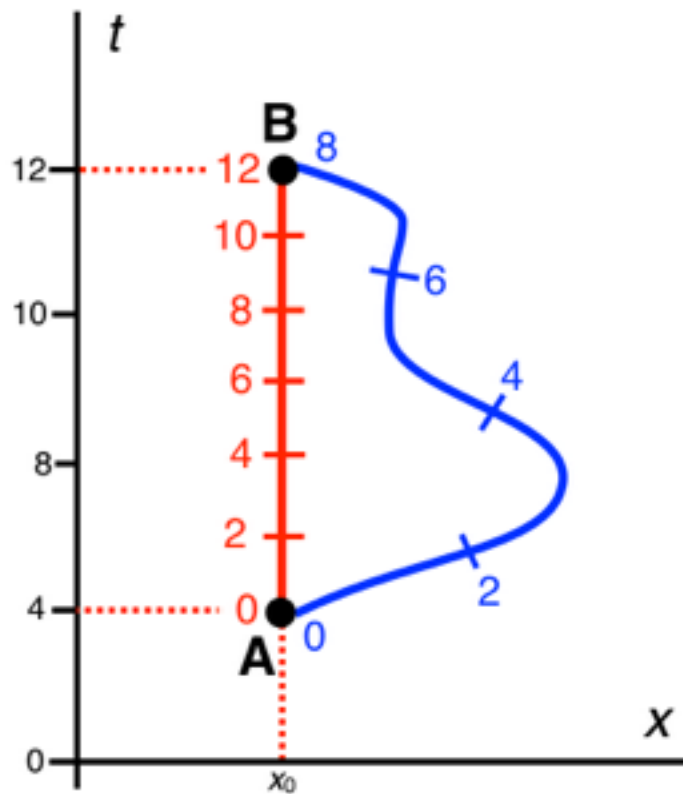
τ = Eigenzeit

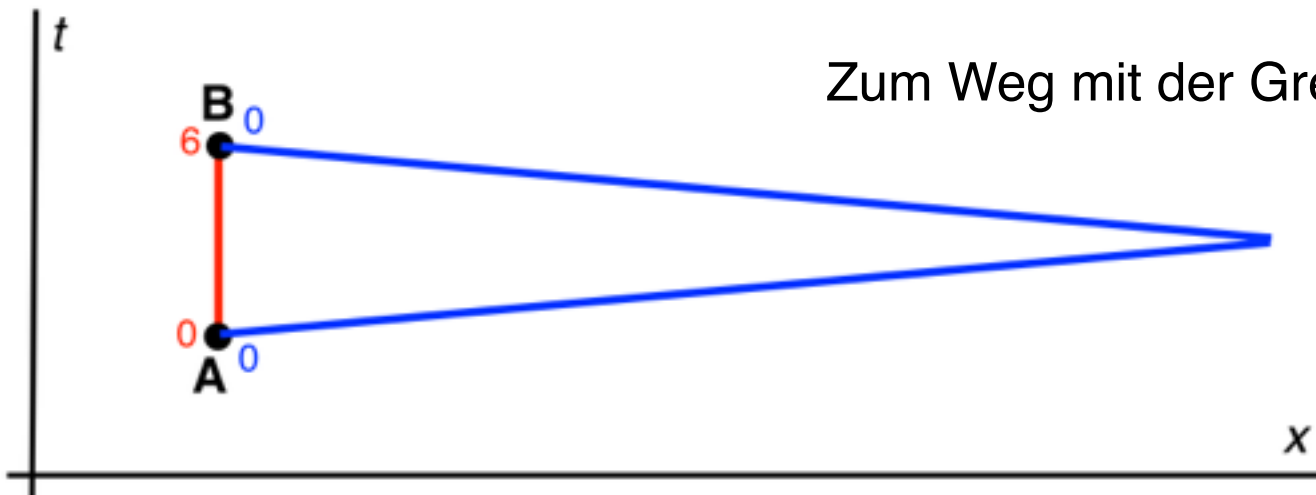
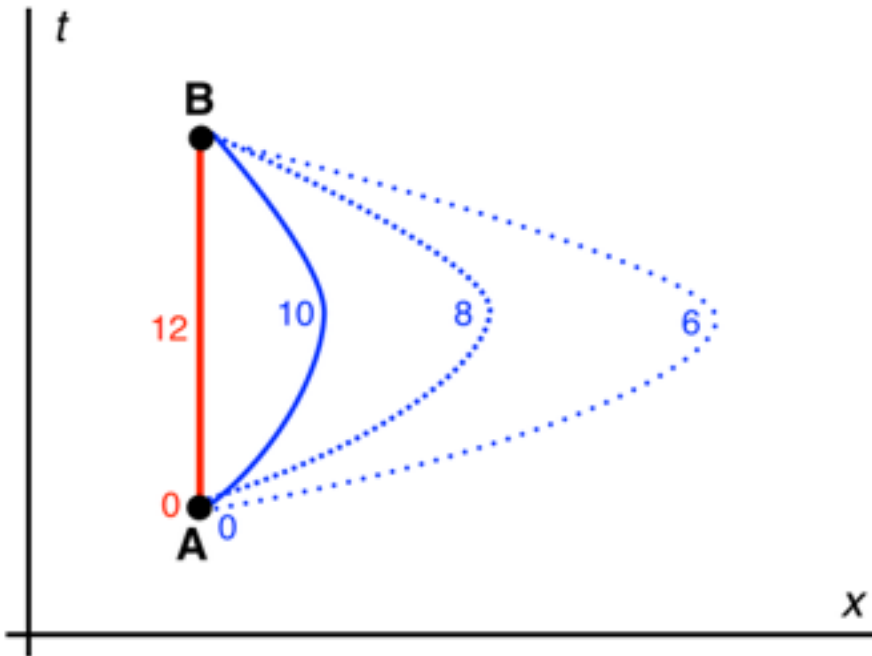
auf mitgeführter Uhr ablesen

Zwillinge auf Reisen

Jeder nicht gerade Weg ist zeitlich kürzer als der gerade.

Zum Weg mit der höheren Geschwindigkeit gehört die kürzere Zeit.





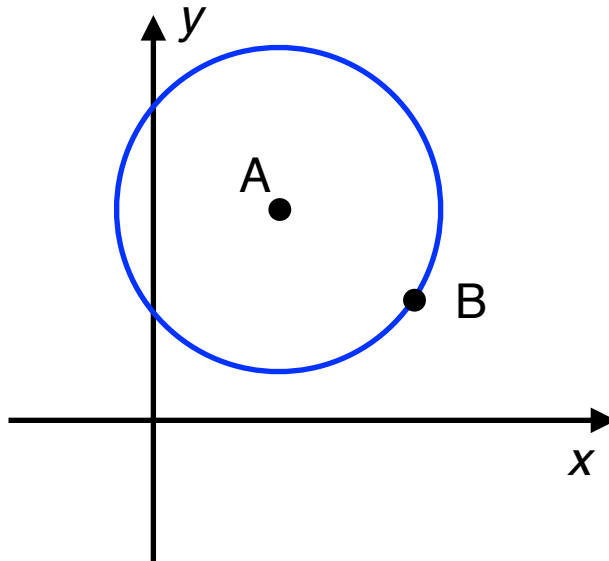
Zum Weg mit der Grenzgeschwindigkeit gehört die Zeit null.

$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

Punkte B gleicher Entfernung von A liegen auf einem Kreis.

$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

Punkte B gleicher Raumzeitentfernung von A liegen auf einer Hyperbel.

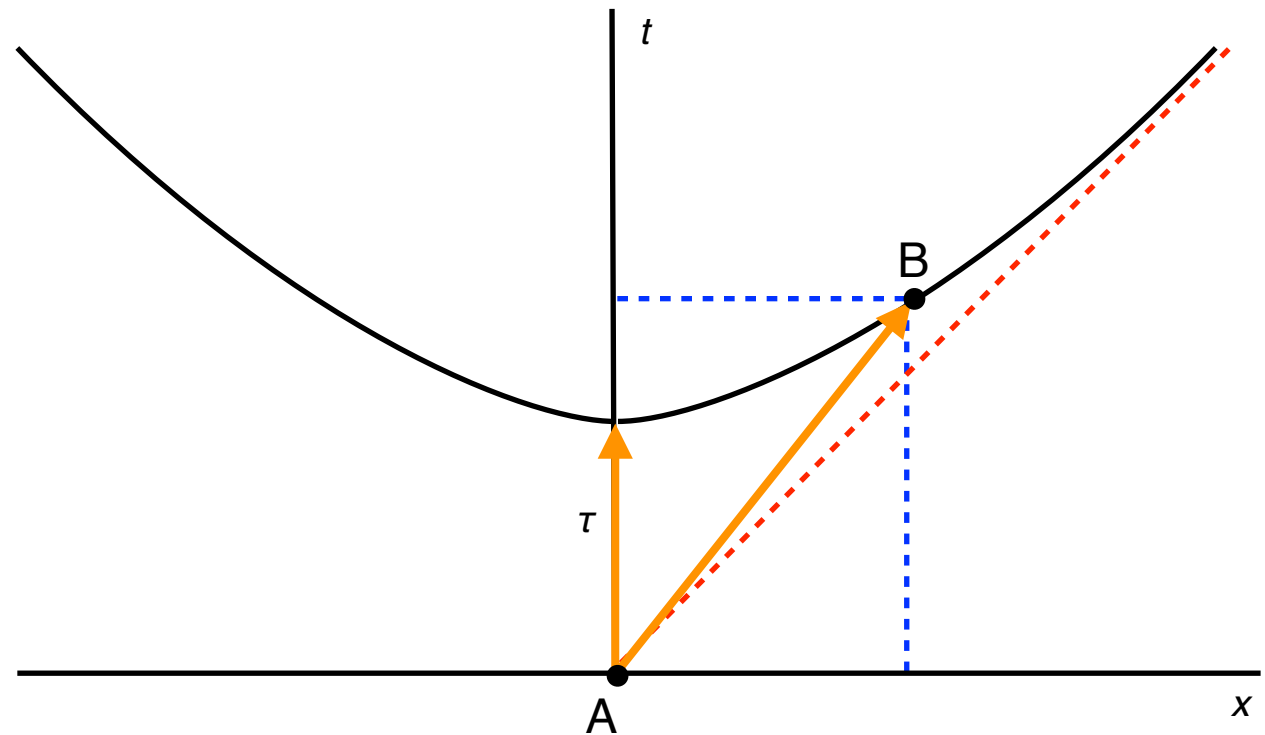
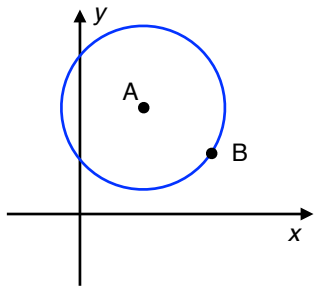


$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

Punkte B gleicher Entfernung von A liegen auf einem Kreis.

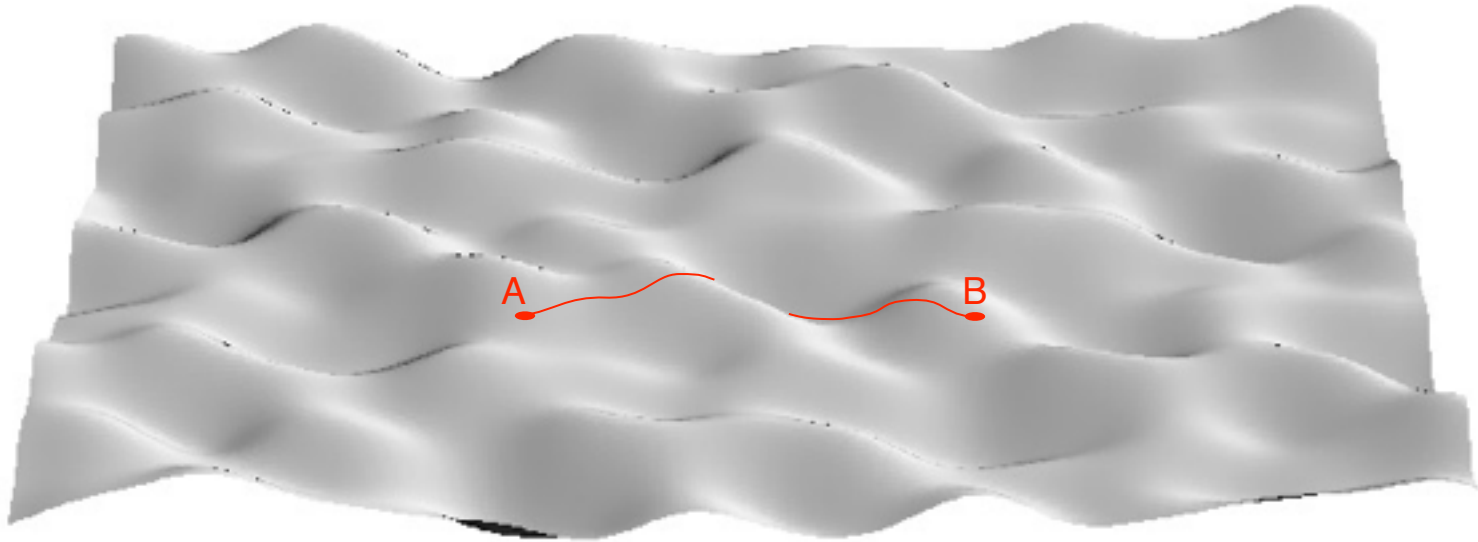
$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

Punkte B gleicher Raumzeitentfernung von A liegen auf einer Hyperbel.



1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum
2. Die flache Raumzeit
3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum
4. Die gekrümmte Raumzeit

3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum

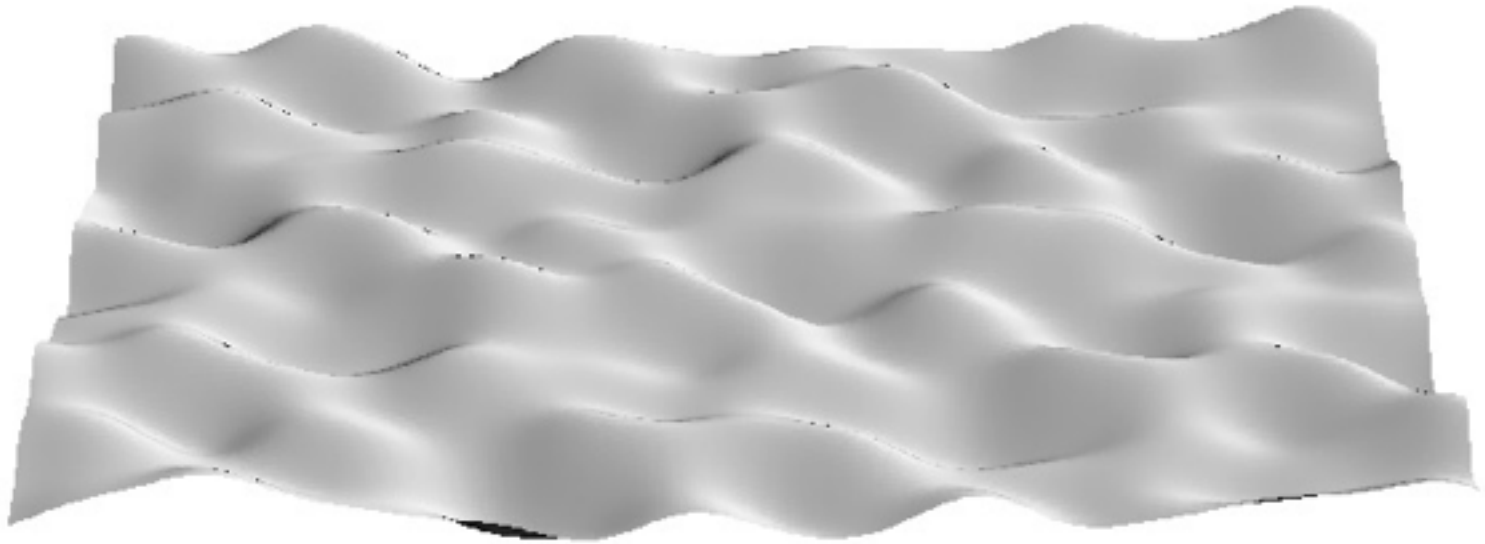


kürzester Weg:

wie früher: Lenkung auf „geradeaus“ stellen und blockieren
Ablesen der Weglänge mit km-Zähler

jeder andere, benachbarte Weg ist länger

(genauer: nicht kürzester Weg, sondern extremer Weg)



Ist der Weg gerade oder krumm?

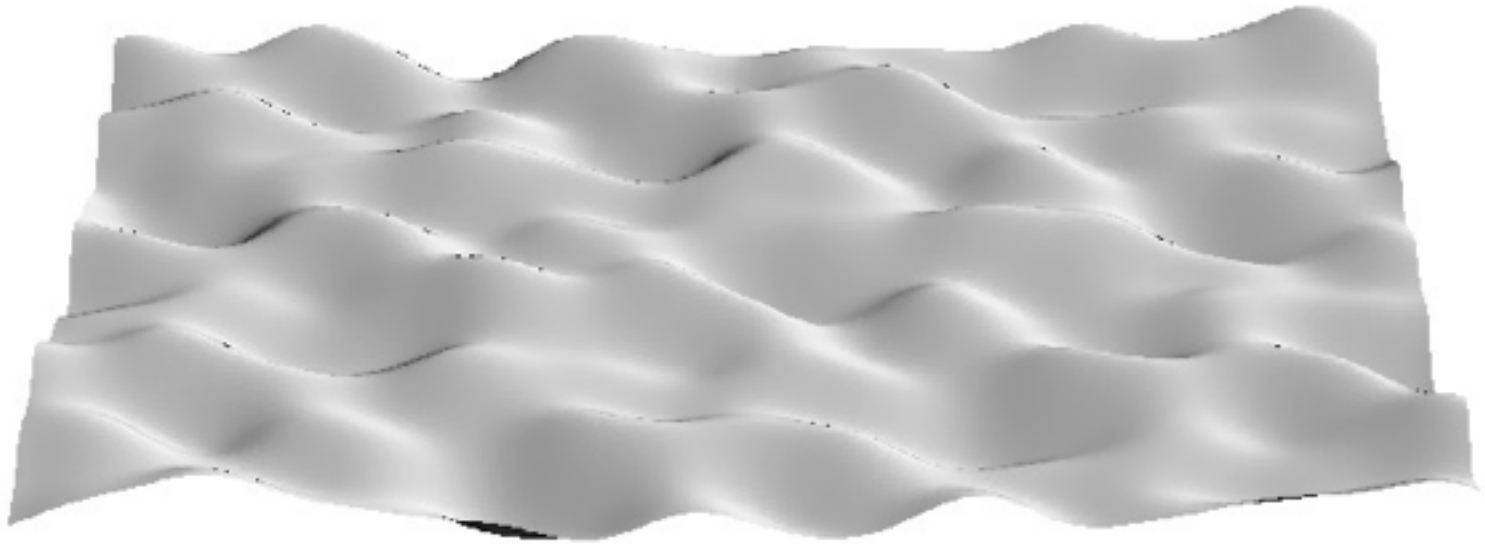
Man weicht weder nach rechts, noch nach links ab.

Gerader geht es nicht.

Trotzdem keine Gerade im Sinn der euklidischen Geometrie.

Keine Gerade, sondern *Geradeauslinie* oder Geodäte

Eine Krümmung sieht man nur, wenn man diese „Welt“ in eine dreidimensionale einbettet; aber das tun wir nicht.



Messung der Krümmung:

1. Kreis zeichnen; Umfang/ 2π mit r vergleichen.
2. Dreieck, Winkelsumme
3. Paralleltransport

Chinesischer Kompasswagen



Ma Jun, 200 bis 265, evtl. viel älter; Orientierung im Nebel

1. Der flache, zweidimensionale Ortsraum
2. Die flache Raumzeit
3. Der gekrümmte, zweidimensionale Ortsraum
4. Die gekrümmte Raumzeit

Auch die gerade Weltlinien in der Raumzeit nennt man Geodäten.

Unter allen Verbindungen zwischen zwei Raumzeitpunkten gehört zu der auf einer Geodäten die längste Eigenzeit
(im Vergleich zu benachbarten Weltlinien).

EN

DE