

Die gekrümmte Raumzeit – Geodäten

F. Herrmann und M. Pohlig, Karlsruher Institut für Technologie



www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de

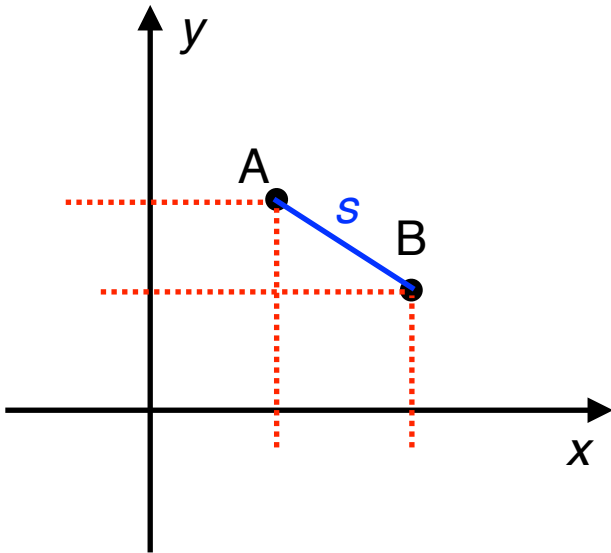
1. Die flache Raumzeit – der Viererabstand
2. Der gekrümmte Raum, Geodäten
3. Die gekrümmte Raumzeit

Der flache zweidimensionale Ortsraum

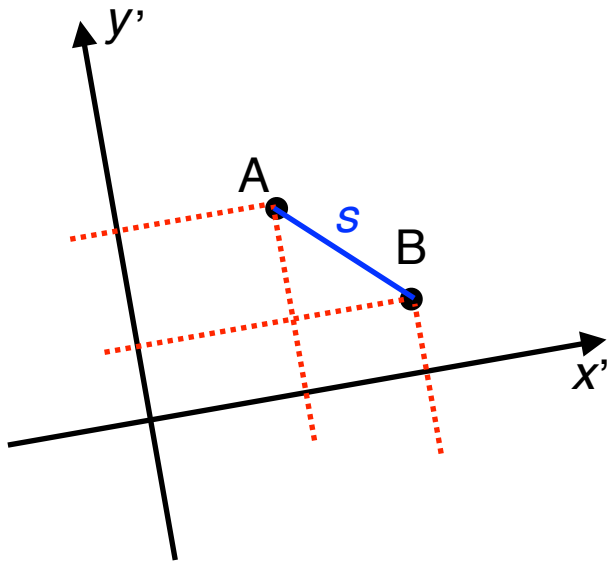
Orte $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$

x_A, y_A, x_B, y_B abhängig von Orientierung der Achsen.

$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$



Der flache zweidimensionale Ortsraum



Orte $A(x_A, y_A)$ $B(x_B, y_B)$

x_A, y_A, x_B, y_B abhängig von Orientierung der Achsen.

$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

$$= (x_A' - x_B')^2 + (y_A' - y_B')^2$$

unabhängig von Orientierung der Achsen.

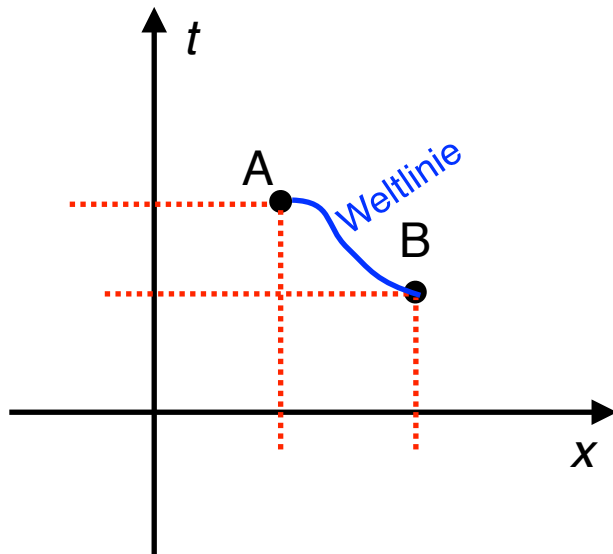
s = Abstand zwischen A und B

kürzester Weglänge von A nach B

Lenkrad gerade stellen und blockieren.

Entfernung zeigt der Kilometerzähler an.

Die flache Raumzeit



Ereignisse $A(x_A, t_A)$ $B(x_B, t_B)$

x_A, t_A, x_B, t_B abhängig vom „Bezugssystem“

$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

$$= c^2(t_A' - t_B')^2 - (x_A' - x_B')^2$$

unabhängig vom Bezugssystem

s = Intervall, Viererabstand

längste Zeit zwischen A und B

frei schweben

Zeit mit mitgeführter Uhr messen (Eigenzeit)

$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2$$

Uhr von A nach B bewegt $\Rightarrow x_A - x_B = 0$

$$s^2 = c^2 dt^2 = c^2 d\tau^2$$

τ = Eigenzeit

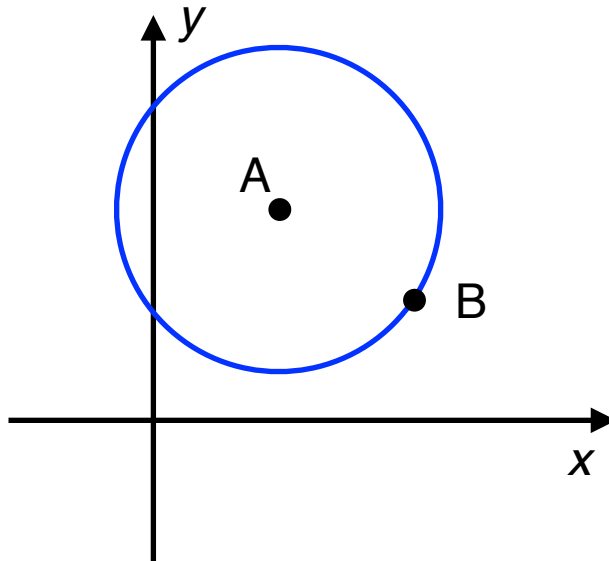
1. Die flache Raumzeit – der Viererabstand

$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

Punkte gleicher Entfernung von A liegen auf einem Kreis.

$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

Punkte gleicher Raumzeitentfernung von A liegen auf einer Hyperbel.



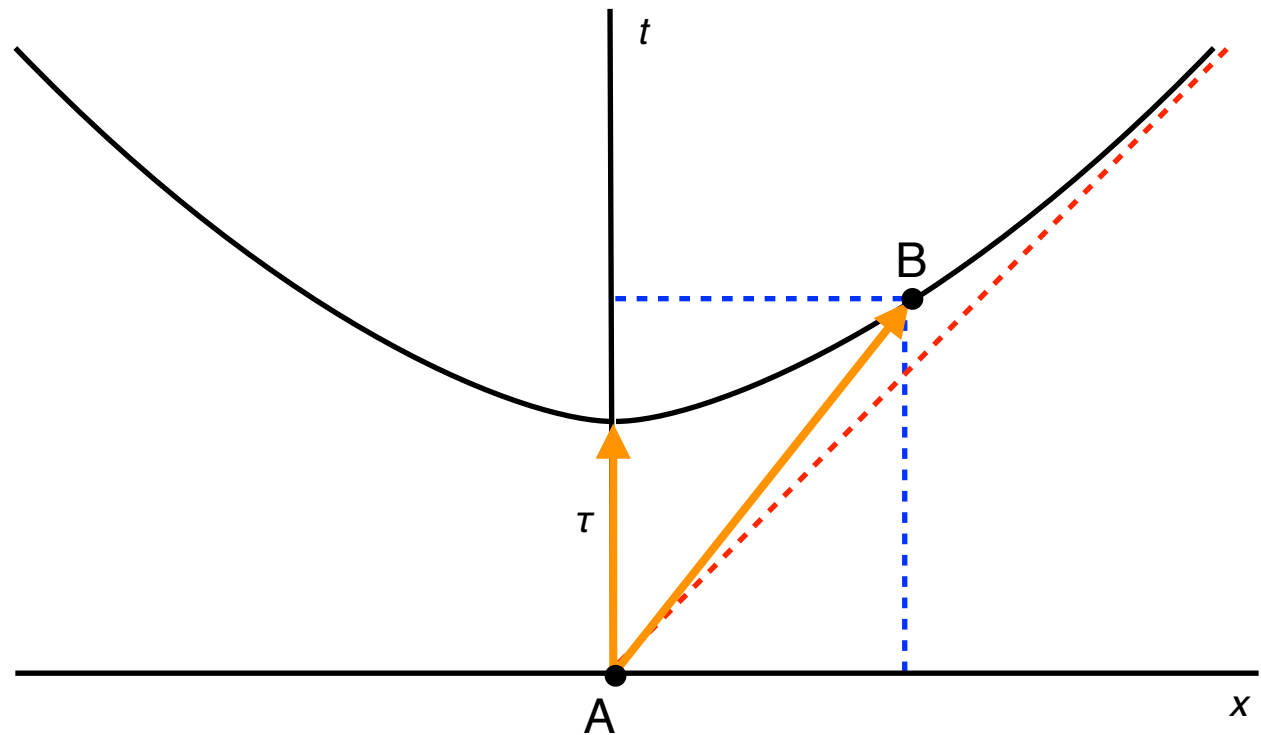
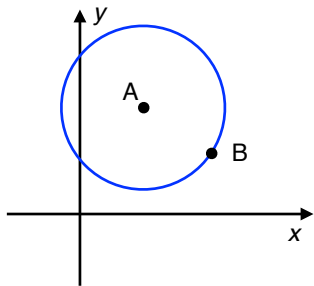
1. Die flache Raumzeit – der Viererabstand

$$s^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

Punkte gleicher Entfernung von A liegen auf einem Kreis.

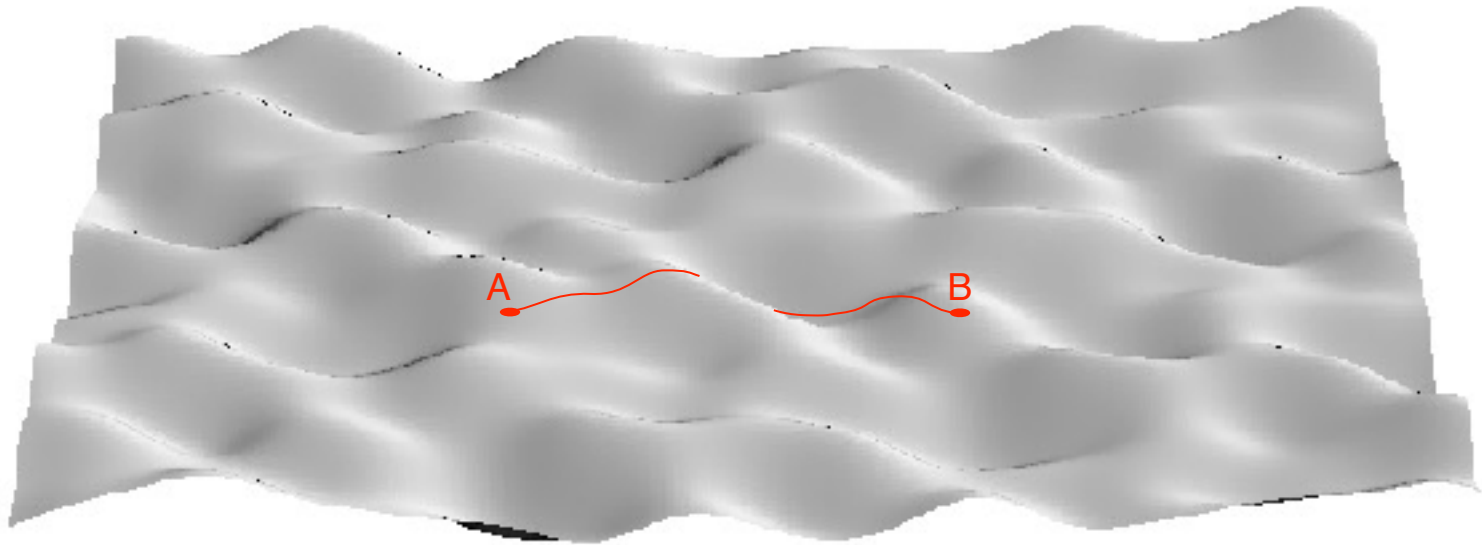
$$s^2 = c^2(t_A - t_B)^2 - (x_A - x_B)^2$$

Punkte gleicher Raumzeitentfernung von A liegen auf einer Hyperbel.



1. Die flache Raumzeit – der Viererabstand
2. Der gekrümmte Raum, Geodäten
3. Die gekrümmte Raumzeit

diesmal nicht euklidisch:

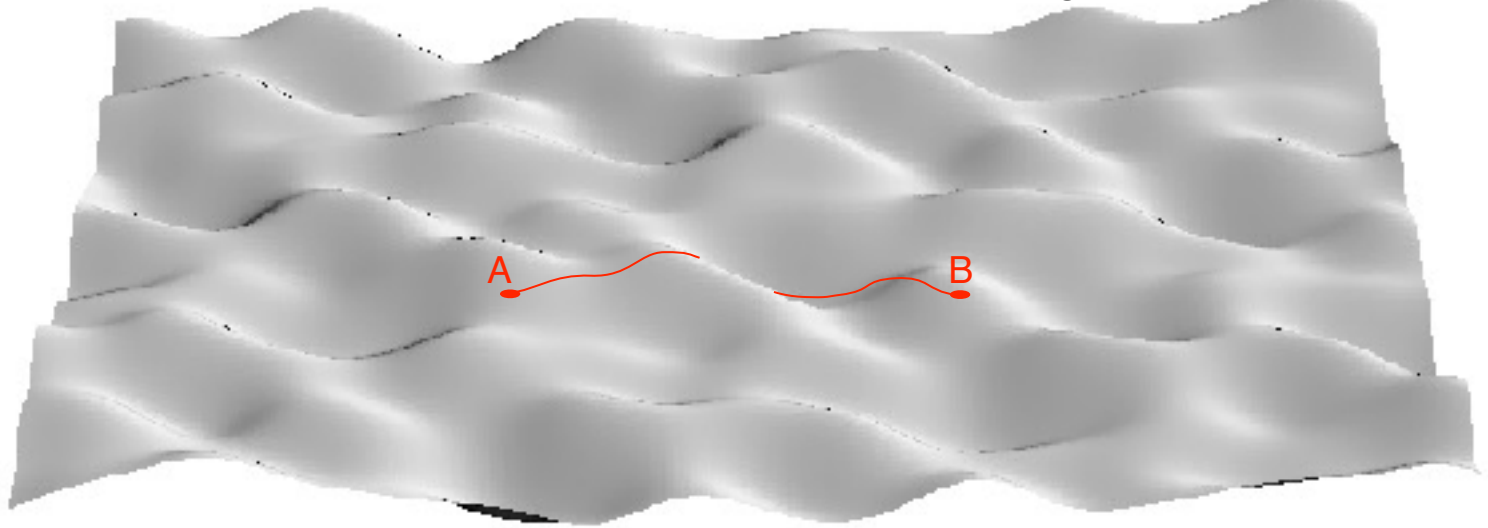


kürzester Weg:

wie früher: Lenkung auf „geradeaus“ stellen und blockieren
Ablesen der Weglänge mit km-Zähler

jeder andere Weg ist länger

(genauer: nicht kürzester Weg, sondern extremer Weg)



Ist der Weg gerade oder krumm?

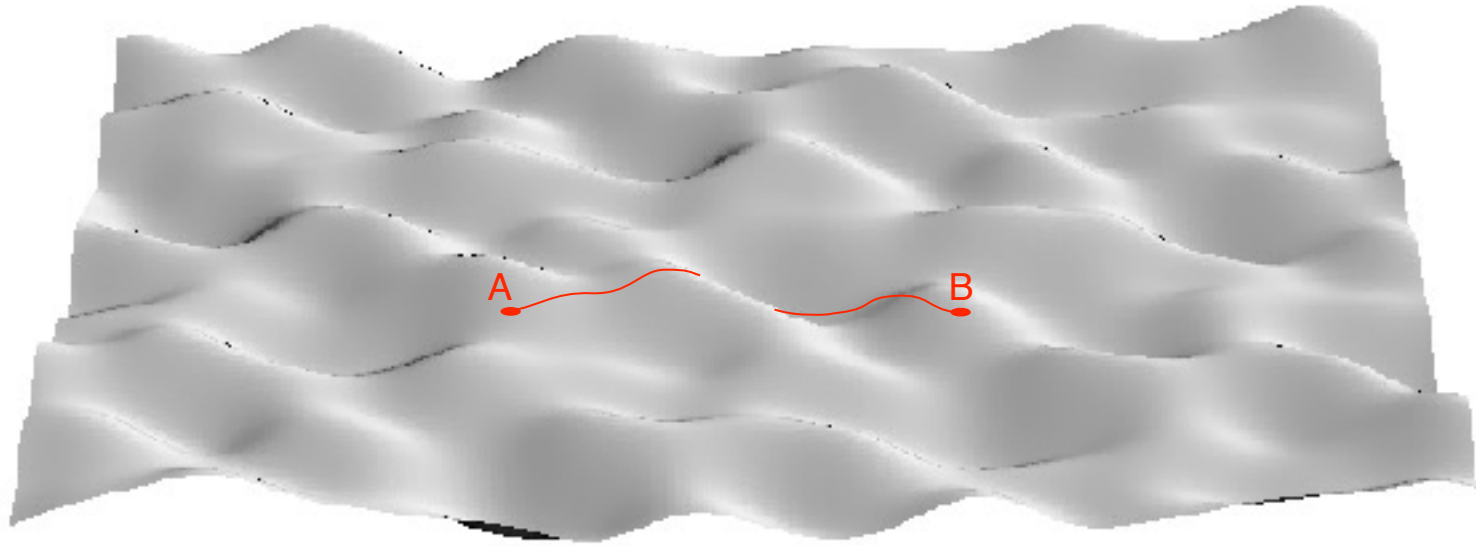
Man weicht weder nach rechts, noch nach links ab.

Gerader geht es nicht.

Trotzdem keine Gerade im Sinn der euklidischen Geometrie.

Keine Gerade, sondern *Geradeauslinie* oder Geodäte

Eine Krümmung sieht man nur, wenn man diese „Welt“ in eine dreidimensionale einbettet; aber das tun wir nicht.



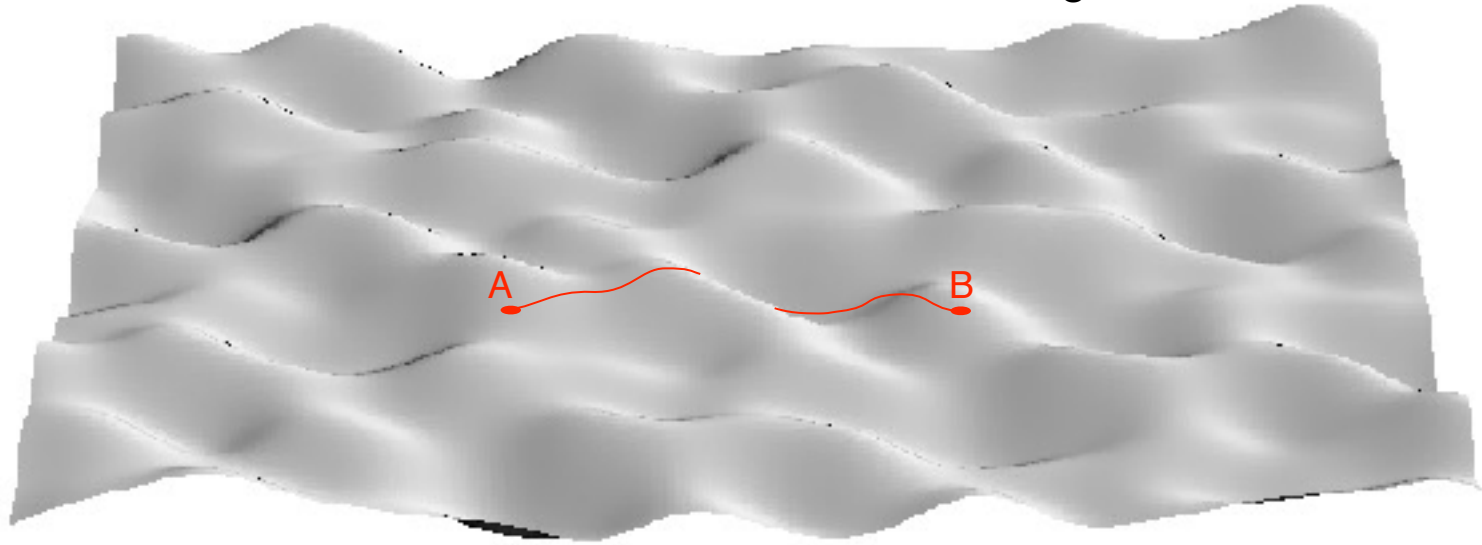
Messung der Krümmung:

1. Kreis zeichnen; Umfang/ 2π mit r vergleichen.
2. Dreieck, Winkelsumme
3. Paralleltransport

Chinesischer Kompasswagen



Ma Jun, 200 bis 265, evtl. viel älter; Orientierung im Nebel



Messung der Krümmung:

1. Kreis zeichnen; Umfang/ 2π mit r vergleichen.
2. Dreieck, Winkelsumme
3. Paralleltransport

<https://www.youtube.com/watch?v=Wl8--BsbNnA>

google: Geodesics, YouTube, Herrmann

1. Die flache Raumzeit – der Viererabstand
2. Der gekrümmte Raum, Geodäten
3. Die gekrümmte Raumzeit

Die Raumzeit ist gekrümmt.

Weltlinie eines frei schwebenden Körpers ist Geradeauslinie.

Krümmung wird verursacht durch „Materie“ (auch Felder, außer Gravitationsfeld).

Es gibt keine Gravitationskräfte.

Die Materie sagt der Raumzeit wie sie sich zu krümmen hat.

Die Raumzeit sagt der Materie wie sie sich zu bewegen hat.

(Bei Newton anders)

Ende