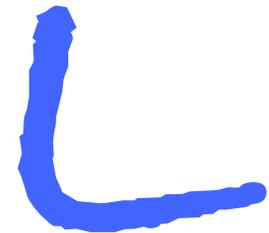


# Herleitung der Gesetze der relativistischen Dynamik aus $E = k \cdot m$

*F. Herrmann und M. Pohlig, Karlsruher Institut für Technologie*



[www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de](http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de)  
[www.pohlig.de/physik-fortbildung](http://www.pohlig.de/physik-fortbildung)



1 Energie und Impuls

2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

3 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse (Energie)

4 Die Rolle des Lichts

# 1 Energie und Impuls

$$E = k \cdot m$$

$$k = 9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}$$

$$p = m \cdot v$$

$$dE = v dp$$

$$P = \frac{dE}{dt} = F \cdot \frac{ds}{dt} = F(v) \cdot v = \frac{dp}{dt} \cdot v$$

$$dE = v \cdot dp$$

# 1 Energie und Impuls

$$E = k \cdot m \quad m = \frac{E}{k} \quad k = 9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}$$
$$p = m \cdot v \quad v = \frac{p}{m}$$

$$dE = v dp$$

$$= \frac{p}{E/k} = \frac{pk}{E}$$
$$dE = \frac{kp}{E} dp$$

$$EdE = kp dp$$

$$\int_{E_0}^E E^* dE^* = k \int_0^p p^* dp^*$$

$$E^2 - E_0^2 = kp^2$$

# 1 Energie und Impuls

$$E^2 - E_0^2 = kp^2$$

$$E_0^2 = E^2 - k \cdot p^2$$

Invariante:

Ruhenergie, Ruhmasse, Masse,  
invariante Masse, innere Energie

# 1 Energie und Impuls

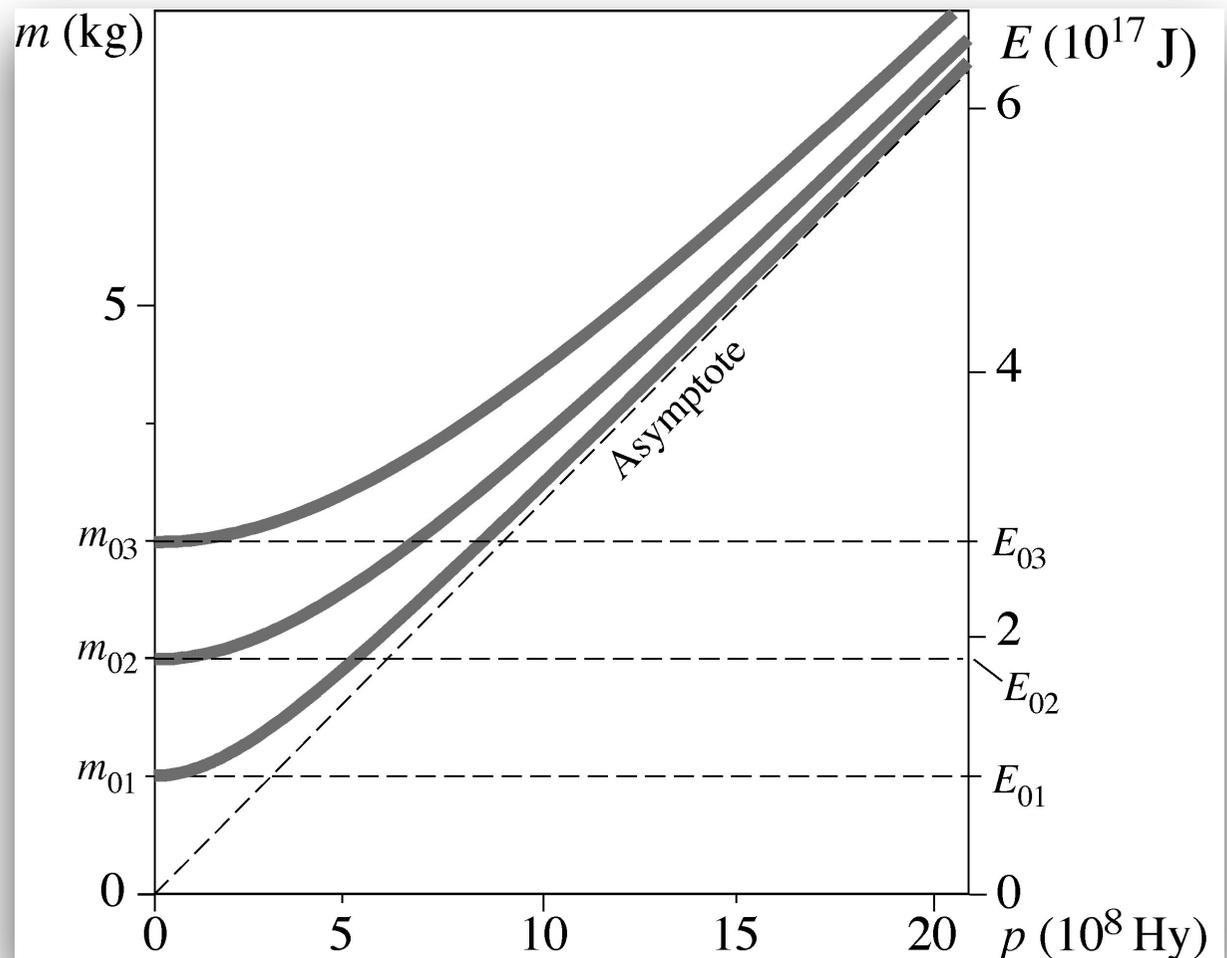
$$E^2 - E_0^2 = kp^2$$

$$E_0^2 = E^2 - k \cdot p^2$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + k \cdot p^2}$$

$$E = \sqrt{k} \cdot p$$

$$E - E_0 \approx \frac{k \cdot p^2}{2E_0} = \frac{p^2}{2m_0}$$



1 Energie und Impuls

2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

3 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse (Energie)

4 Die Rolle des Lichts

## 2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

$$E^2 - E_0^2 = kp^2 \quad p = m \cdot v = \frac{E}{k} v \quad E = \frac{k \cdot p}{v}$$

$$\frac{k^2 p^2}{v^2} = E_0^2 + k \cdot p^2 \quad v = \frac{k}{\sqrt{\frac{E_0^2}{p^2} + k}} = \frac{k}{\sqrt{\frac{m_0^2 \cdot k^2}{p^2} + k}}$$

## 2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

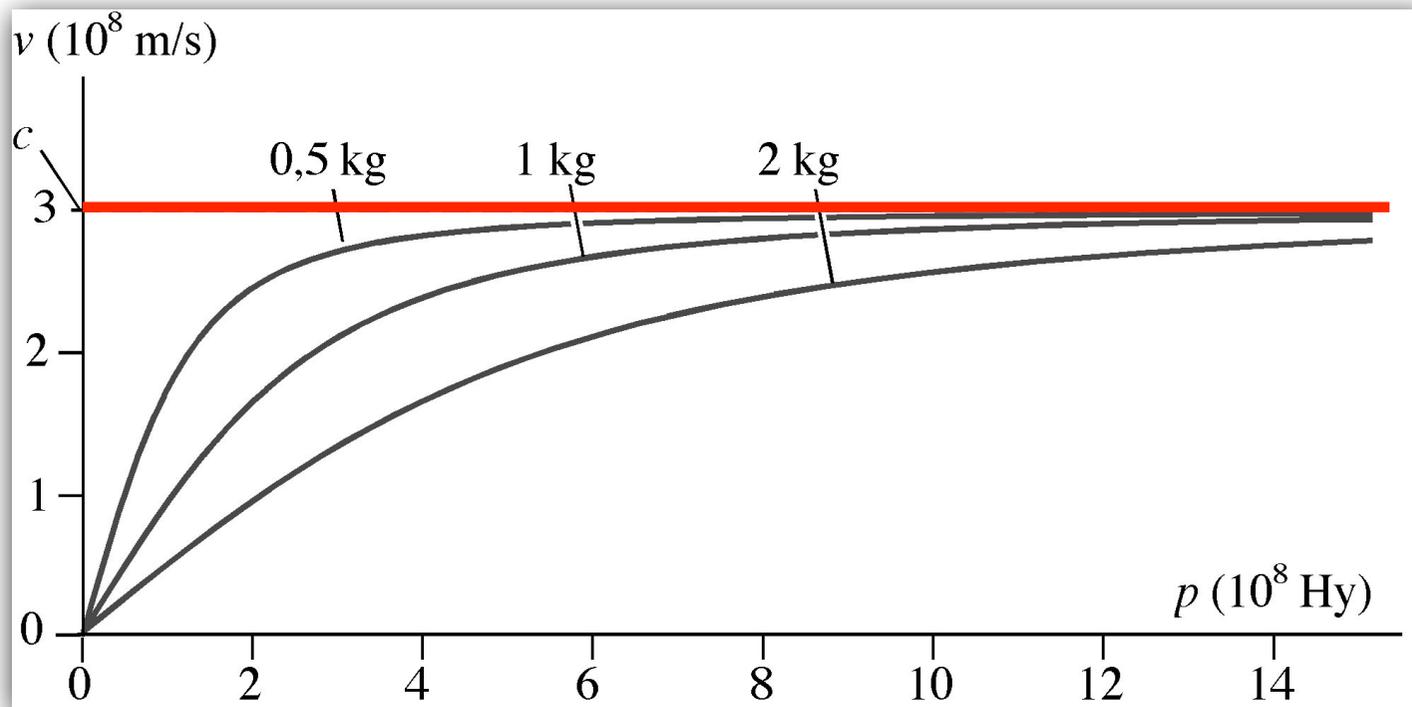
$$v = \frac{k}{\sqrt{\frac{E_0^2}{p^2} + k}} = \frac{k}{\sqrt{\frac{m_0^2 \cdot k^2}{p^2} + k}} \quad p \rightarrow \infty \quad v \rightarrow \sqrt{k} =: c$$

$$v(p) = \frac{p}{\sqrt{m_0^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}}$$

## 2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

$$v(p) = \frac{p}{\sqrt{m_0^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}}$$

$$m_0 = 0 \quad \rightarrow \quad v = c$$



1 Energie und Impuls

2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

3 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse (Energie)

4 Die Rolle des Lichts

# 3 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse (Energie)

$$E^2 = E_0^2 + c^2 p^2$$

$$E = \gamma m_0 c^2$$

### 3 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse (Energie)

$$E^2 = E_0^2 + c^2 p^2$$

$$E = m \cdot c^2$$

$$m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + c^2 m^2 v^2$$

$$m^2 c^2 = m_0^2 c^2 + m^2 v^2$$

$$m^2 (c^2 - v^2) = m_0^2 c^2$$

$$m^2 = \frac{m_0^2 c^2}{c^2 - v^2}$$

$$m^2 = \frac{m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

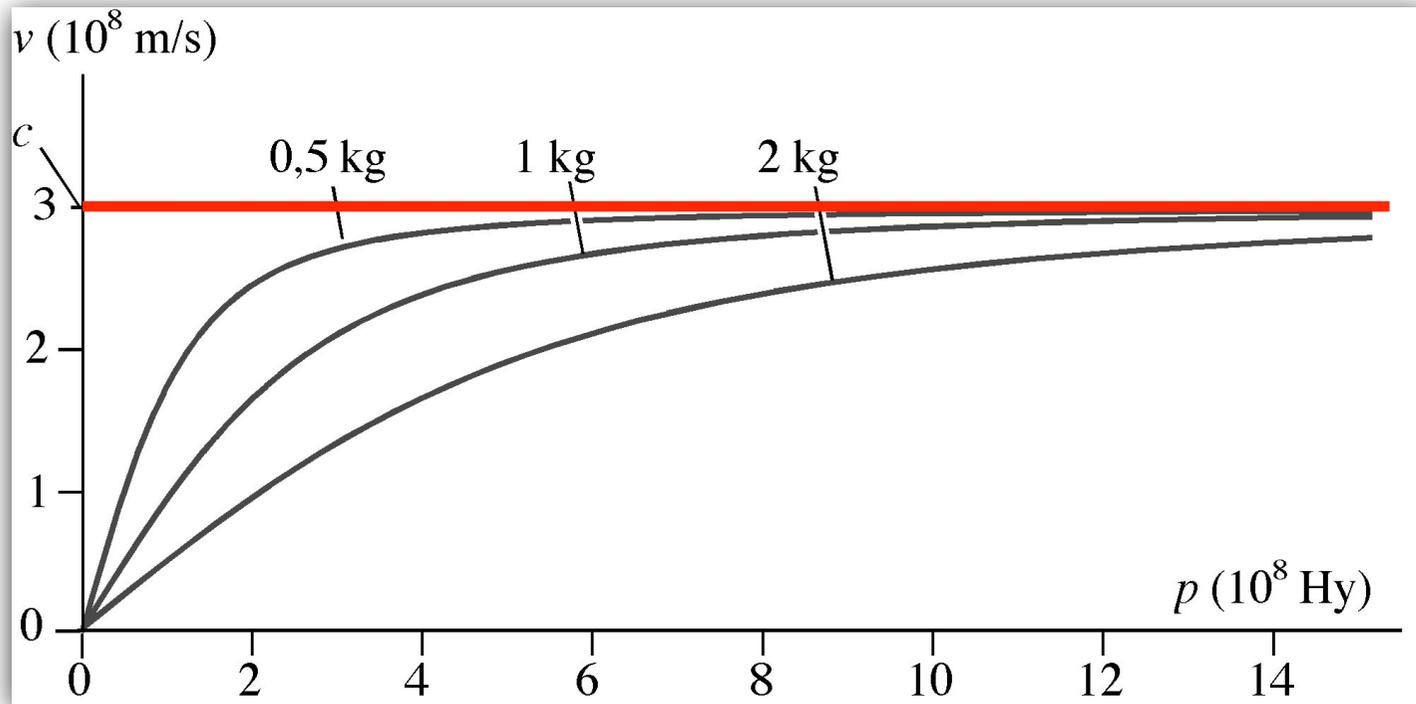
1 Energie und Impuls

2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

3 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse (Energie)

4 Die Rolle des Lichts

# 4 Die Rolle des Lichts



Körper mit einer Ruhemasse  $m_0 = 0$  kg bewegen sich immer mit der Grenzggeschwindigkeit  $c$ .

Licht und... haben immer die Grenzggeschwindigkeit  $c$

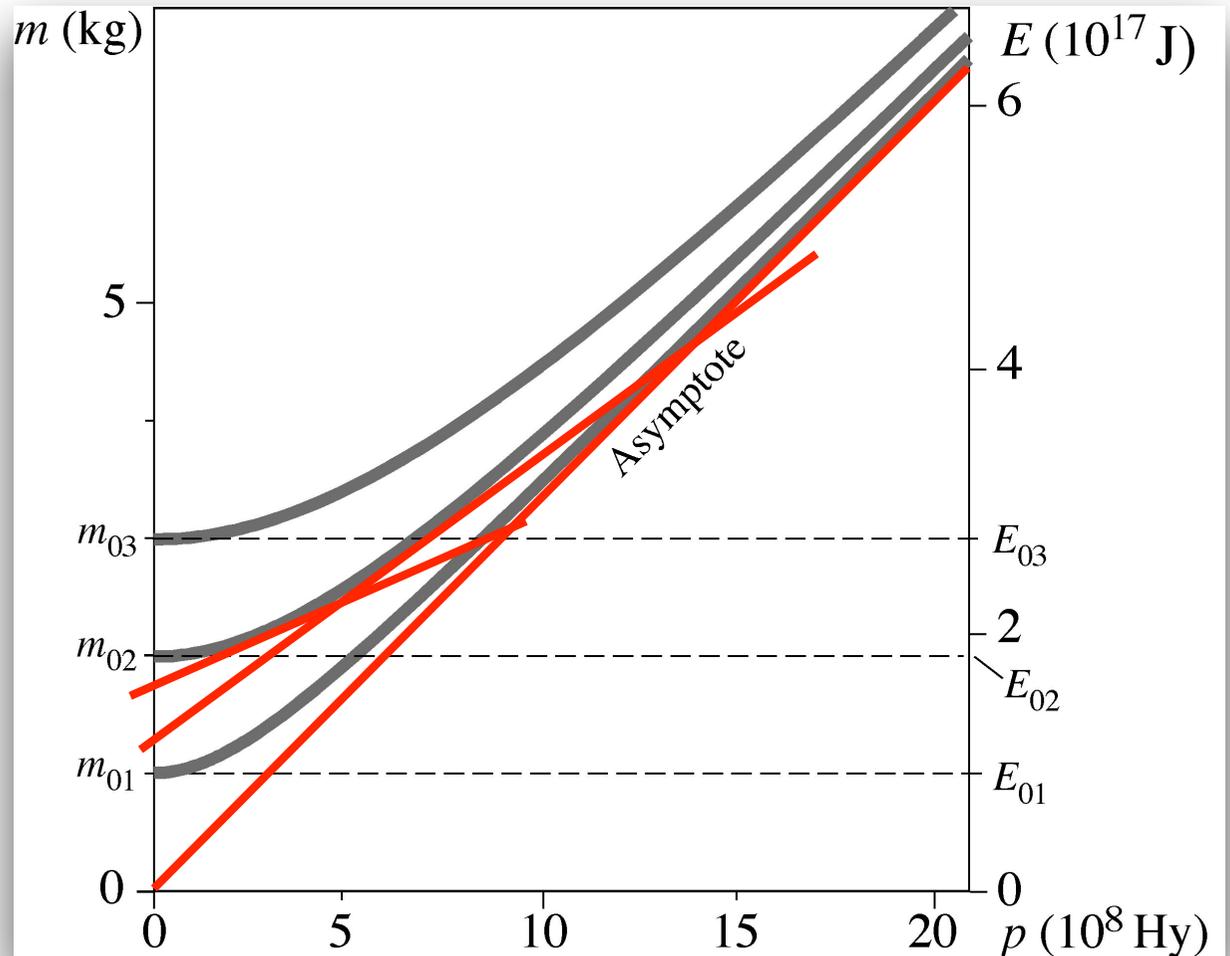
# 4 Die Rolle des Lichts

$$E = \sqrt{E_0^2 + c^2 p^2}$$

$$v = \frac{dE}{dp}$$

$$E = c \cdot p$$

Körper mit einer Ruhemasse  $m_0 = 0$  kg bewegen sich immer mit der Grenzggeschwindigkeit  $c$ .



1 Energie und Impuls

2 Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Impuls

3 Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse (Energie)

4 Die Rolle des Lichts

$$E = m \cdot c^2$$

$$E = \sqrt{E_0^2 + c^2 p^2}$$

$$v(p) = \frac{p}{\sqrt{m_0^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

# Ende